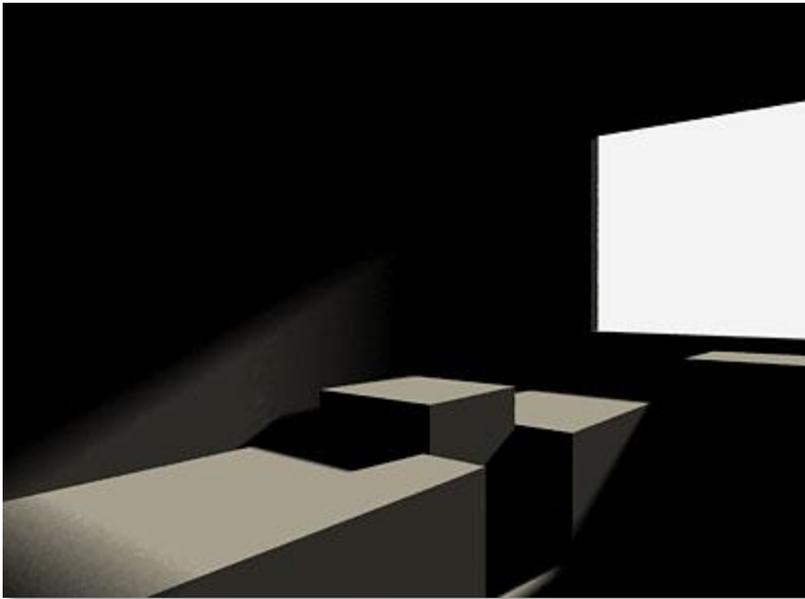
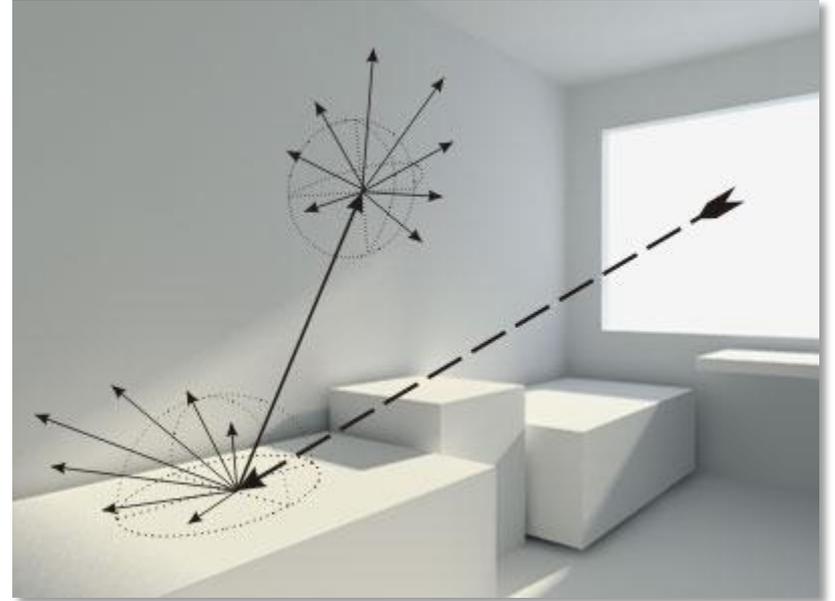


Illumination globale

Éclairage direct vs. indirect

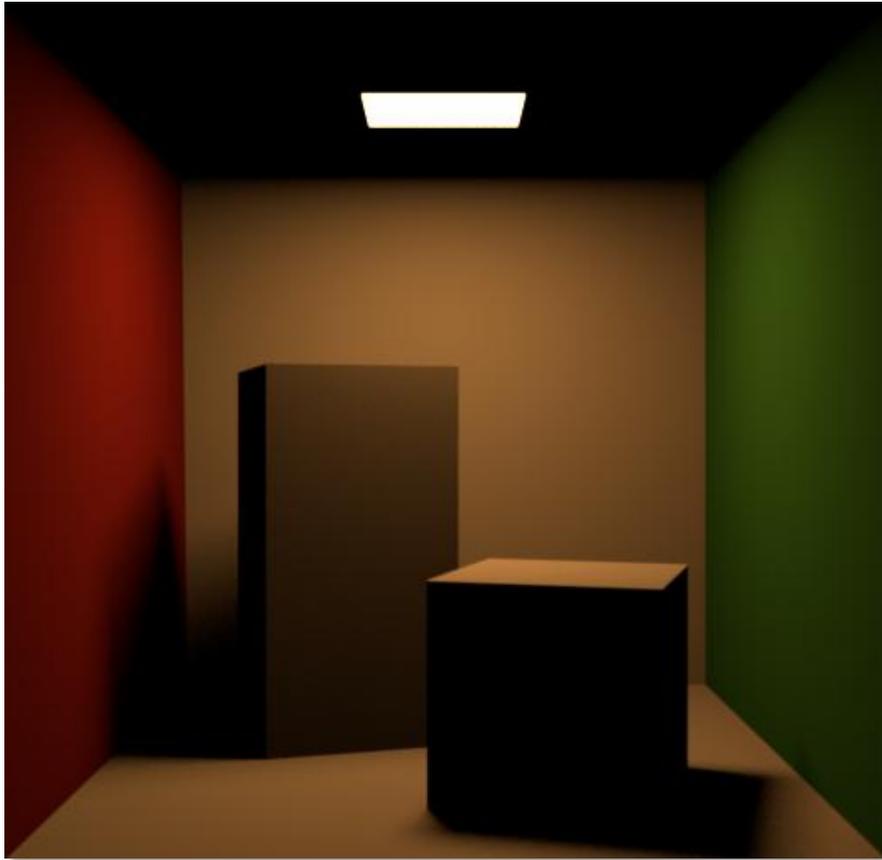


Direct :
propriétés locales

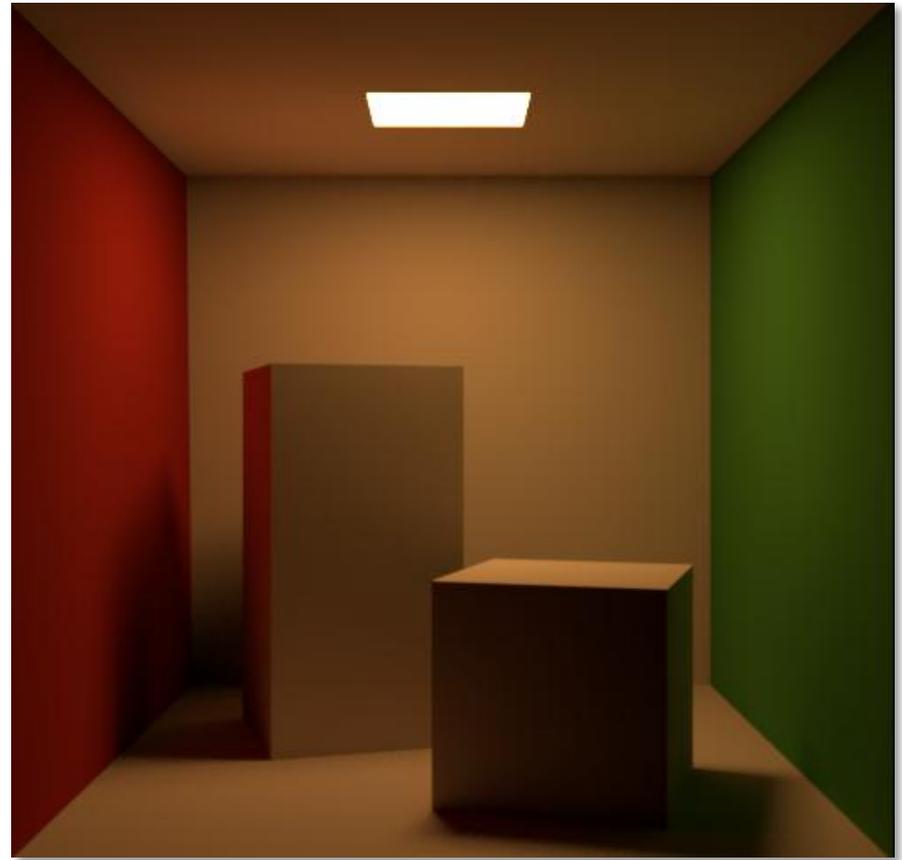


Indirect :
problème global

Éclairage direct vs. indirect

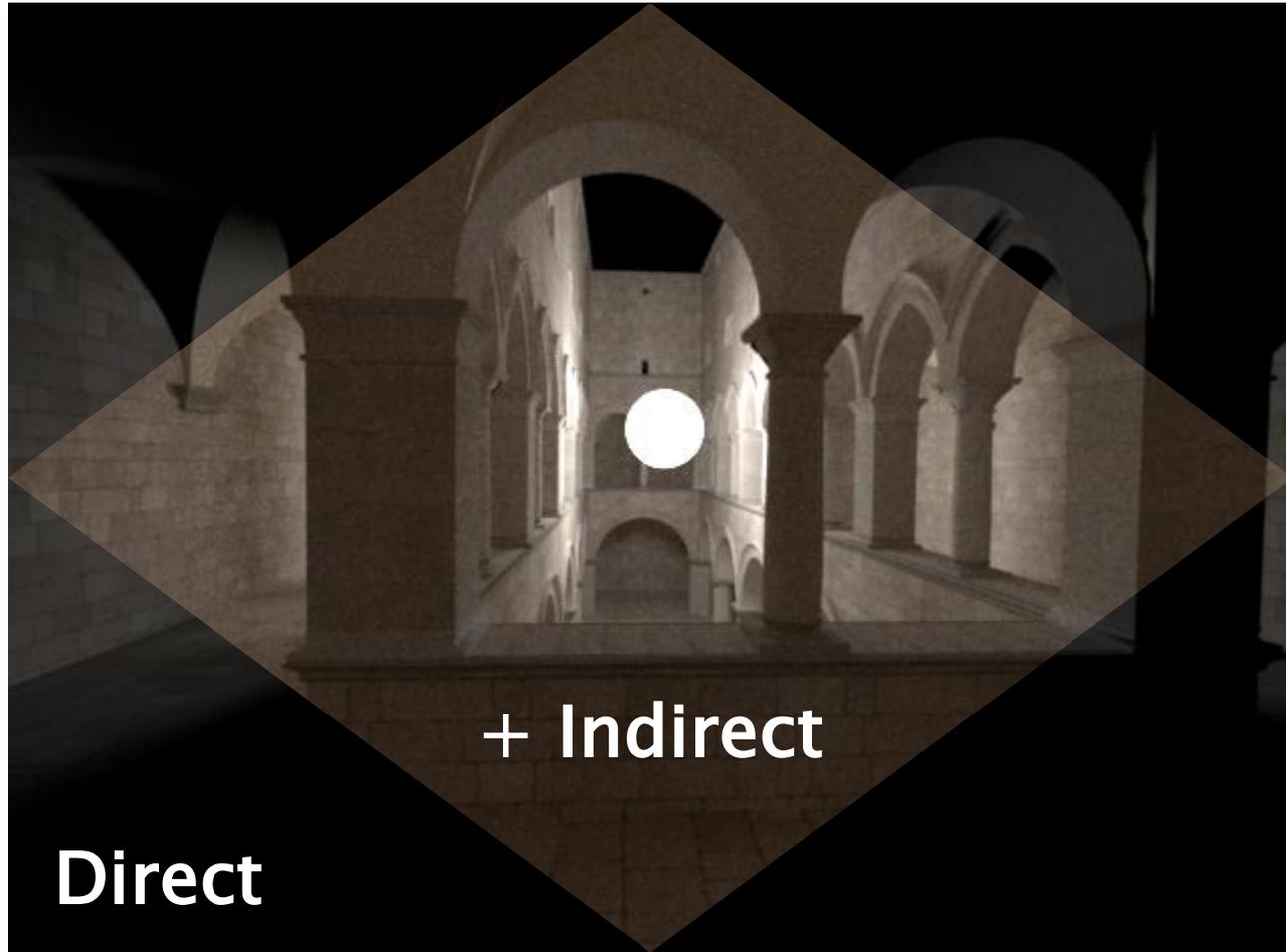


Direct



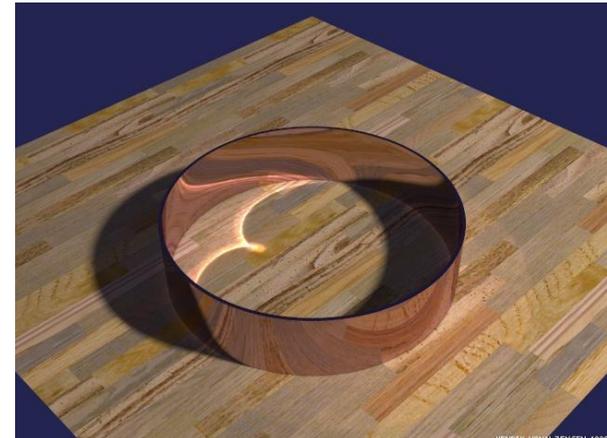
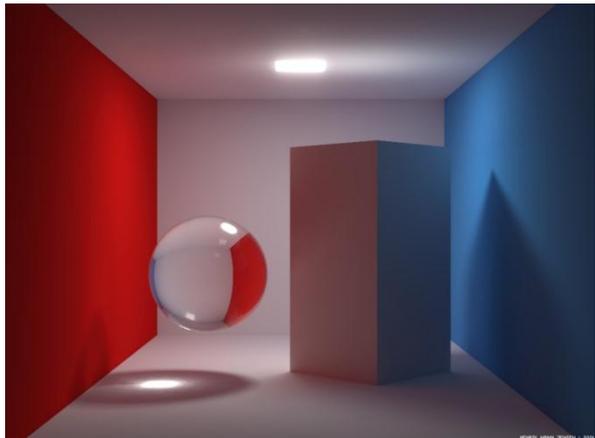
+ Indirect

Éclairage direct vs. indirect

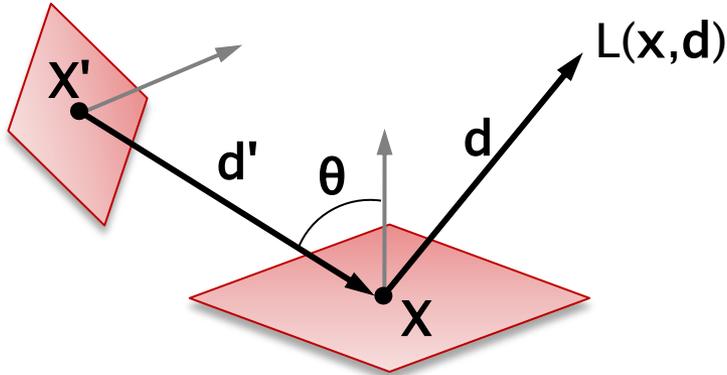


Illumination globale

- ▶ Interactions entre objets
- ▶ Transport de la lumière
- ▶ Réflexions, réfraction, diffusion
- ▶ Conservation de l'énergie lumineuse



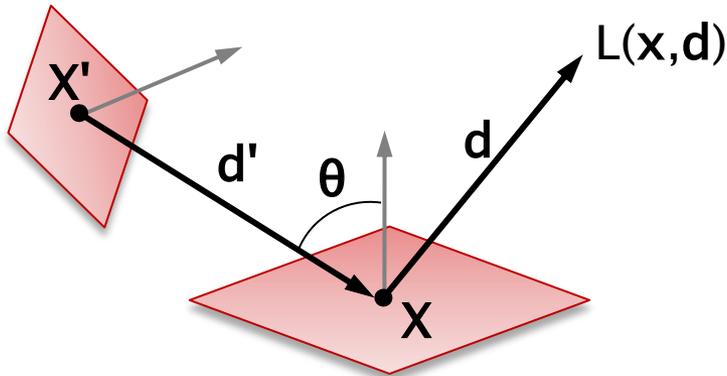
Équation de l'éclairage



$$\underbrace{L(x, d)} = E(x, d) + \int \rho(x, d, d') v(x, x') L(x', d') G(x, x') dA$$

Radiance sortante en un point x
dans la direction d

Équation de l'éclairage

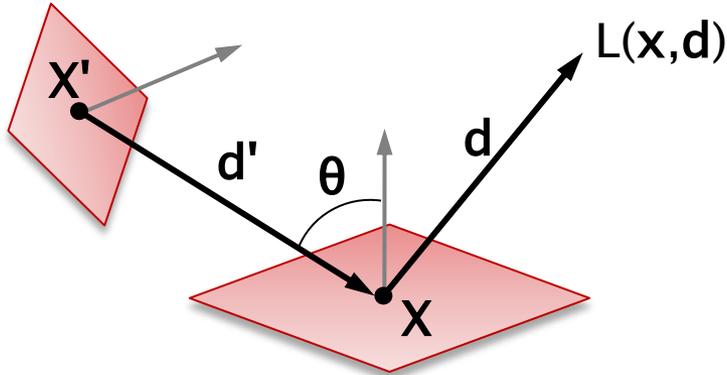


$$L(x,d) = \underbrace{E(x,d)} + \int \rho(x,d,d') v(x,x') L(x',d') G(x,x') dA$$

Radiance émise du point x :

non-nulle uniquement pour les sources de lumières

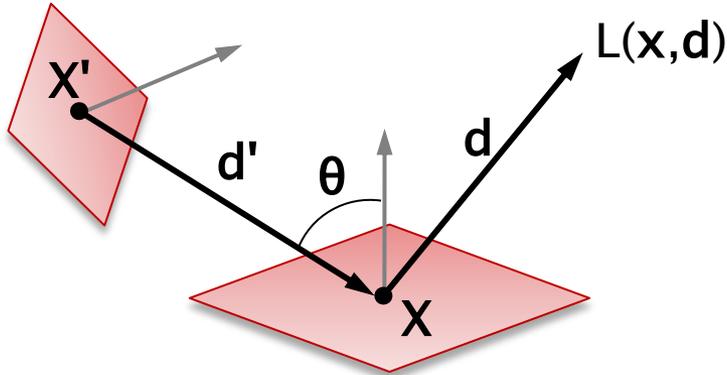
Équation de l'éclairage



$$L(\mathbf{x}, \mathbf{d}) = E(\mathbf{x}, \mathbf{d}) + \underbrace{\int \rho(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{d}') v(\mathbf{x}, \mathbf{x}') L(\mathbf{x}', \mathbf{d}') G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dA}_{\text{Intégration des contributions de toutes les surfaces}}$$

Intégration des contributions
de toutes les surfaces

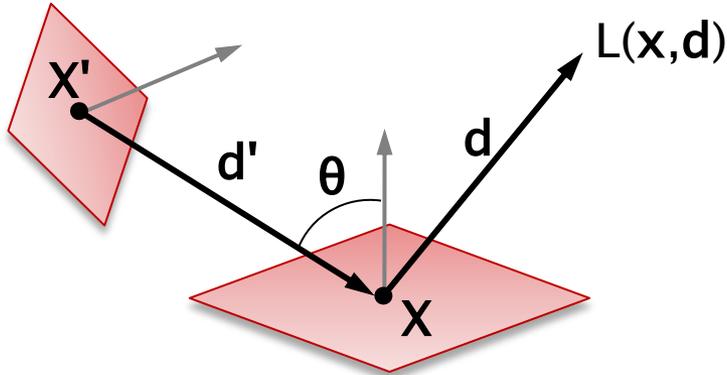
Équation de l'éclairage



$$L(\mathbf{x}, \mathbf{d}) = E(\mathbf{x}, \mathbf{d}) + \int \rho(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{d}') \underbrace{v(\mathbf{x}, \mathbf{x}') L(\mathbf{x}', \mathbf{d}') G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}_{\text{Radiance incidente}} dA$$

Radiance incidente
depuis le point \mathbf{x}' dans la direction \mathbf{d}'

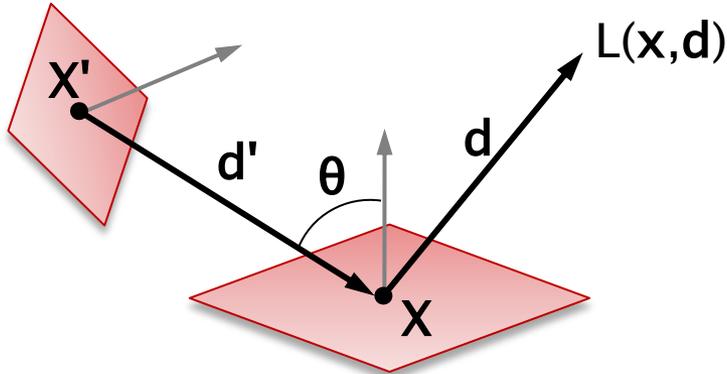
Équation de l'éclairage



$$L(x,d) = E(x,d) + \int \underbrace{\rho(x,d,d')}_{\text{BRDF}} v(x,x') L(x',d') G(x,x') dA$$

Pondération par la réflectance (BRDF)
de la surface en x

Équation de l'éclairage

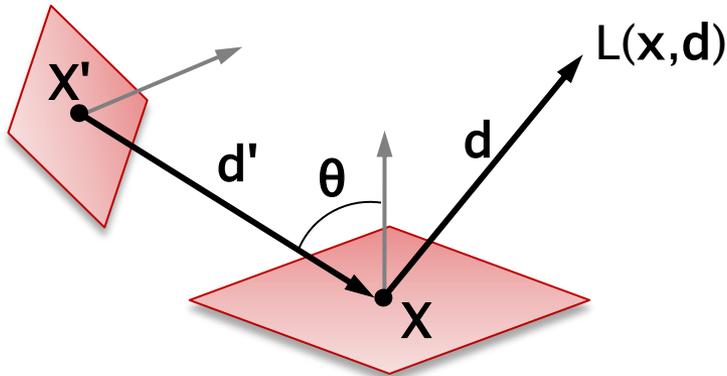


$$L(x,d) = E(x,d) + \int \rho(x,d,d') \underbrace{v(x,x')} L(x',d') G(x,x') dA$$

Visibilité entre x et x'

1 quand les surfaces sont visibles
dans la direction d' , 0 sinon

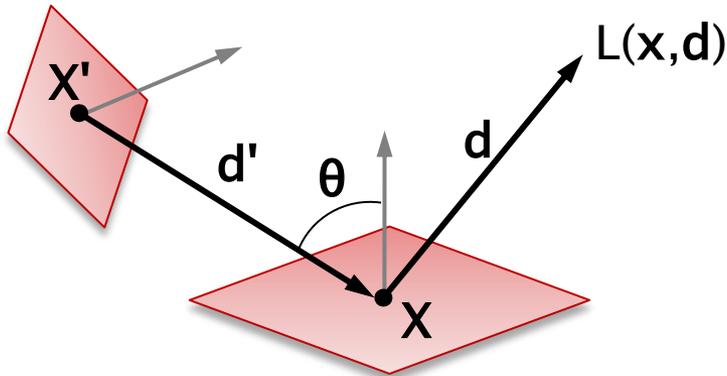
Équation de l'éclairage



$$L(x,d) = E(x,d) + \int \rho(x,d,d') v(x,x') L(x',d') \underbrace{G(x,x')} dA$$

Description de la relation géométrique
entre les deux surfaces en x et x'

Équation de l'éclairage



$$L(\mathbf{x}, \mathbf{d}) = E(\mathbf{x}, \mathbf{d}) + \int \rho(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{d}') v(\mathbf{x}, \mathbf{x}') L(\mathbf{x}', \mathbf{d}') G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dA$$

Solution analytique générale impossible

Deux discrétisations

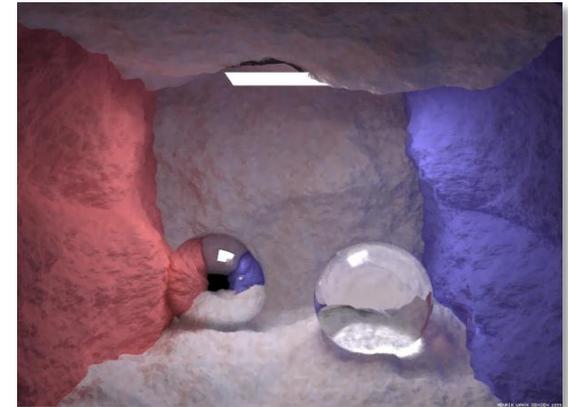
▶ Radiosité

- Discrétisation de la géométrie : échanges entre patchs
- Tous les objets sont diffus



▶ Lancé de rayons et ses extensions (Monte-Carlo path tracing, Photon mapping...)

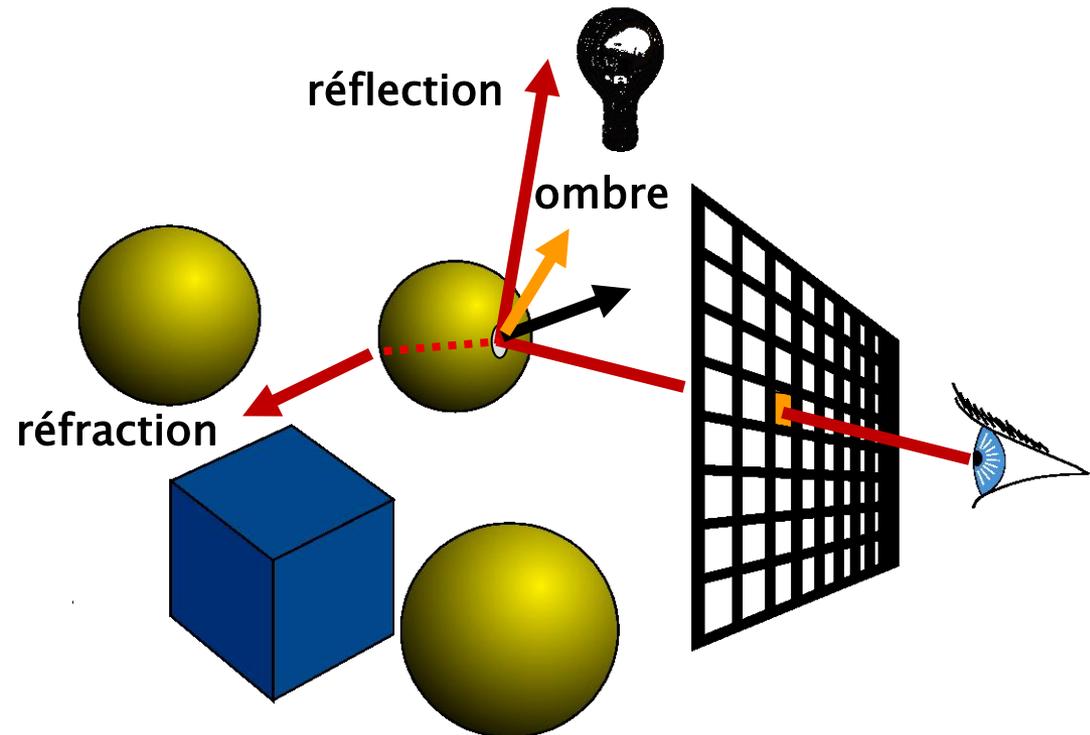
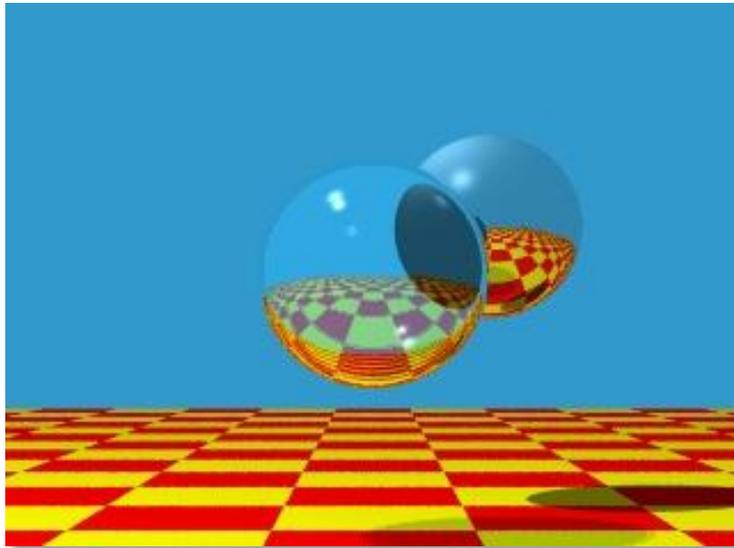
- Échantillonnage de l'intégrale
- Lois de l'optique



Lancer de rayons

« Whitted Ray Tracing » (1980)

- ▶ Un rayon par pixel
- ▶ Trois nouveaux rayons sont générés

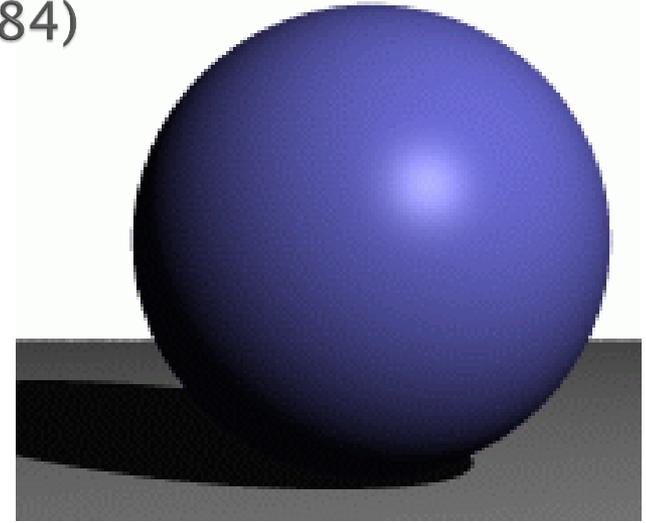


Encore plus de rayons

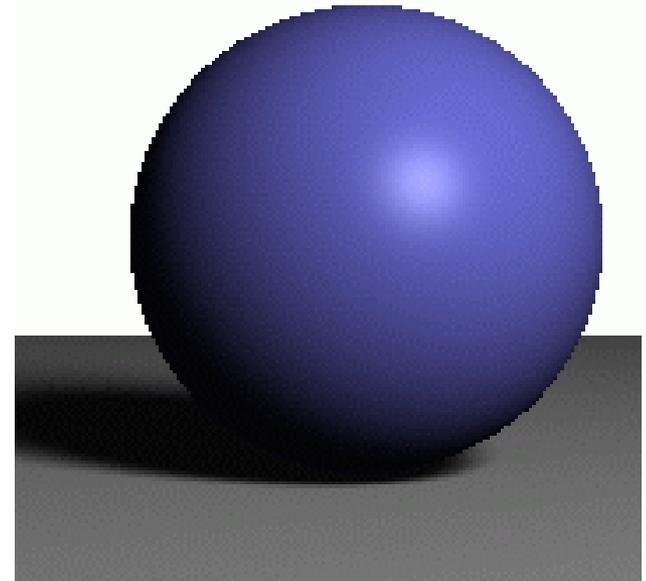
« Distributed Ray Tracing » Cook et al. (1984)

- ▶ Ombres douces
 - plusieurs rayons par source de lumière étendue

source ponctuelle



source étendue



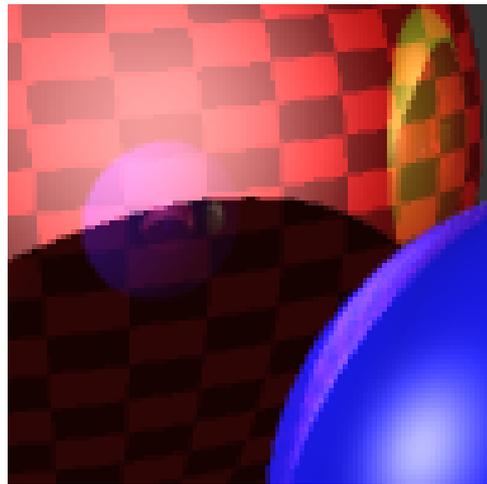
Encore plus de rayons

« Distributed Ray Tracing » Cook et al. (1984)

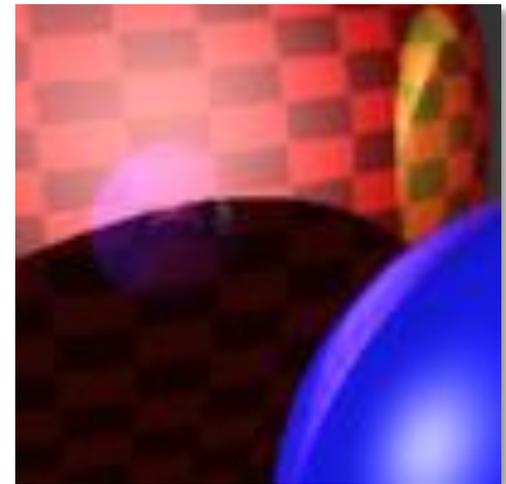
- ▶ Ombres douces
 - plusieurs rayons par source de lumière étendue
- ▶ Anti-aliasing
 - plusieurs rayons par pixel



1 rayon



2 rayons

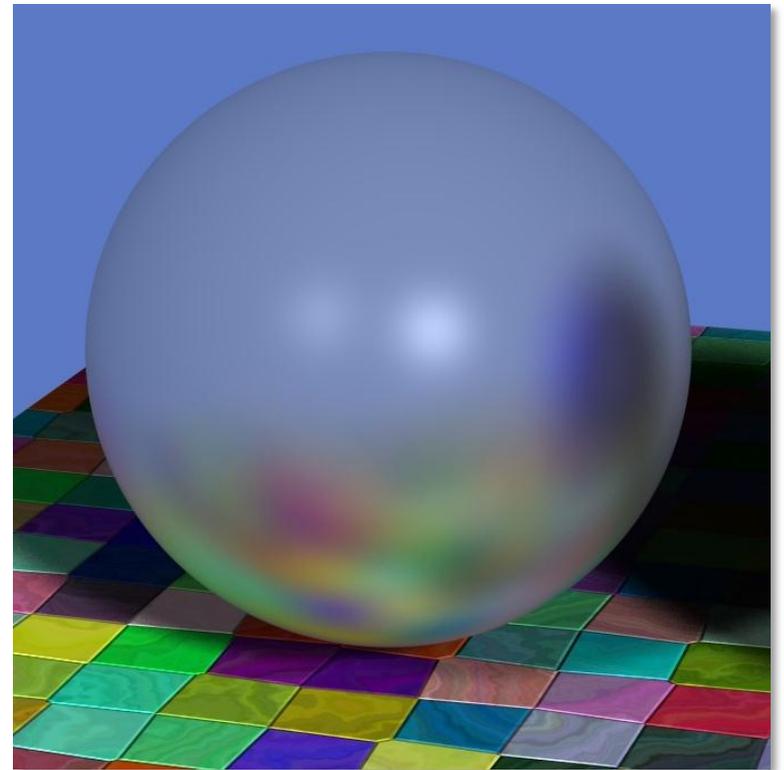


3 rayons

Encore plus de rayons

« Distributed Ray Tracing » Cook et al. (1984)

- ▶ Ombres douces
 - plusieurs rayons par source de lumière étendue
- ▶ Anti-aliasing
 - plusieurs rayons par pixel
- ▶ Réflexion « glossy »
 - plusieurs rayons réfléchis



Encore plus de rayons

« Distributed ray tracing » Cook et al. (1984)

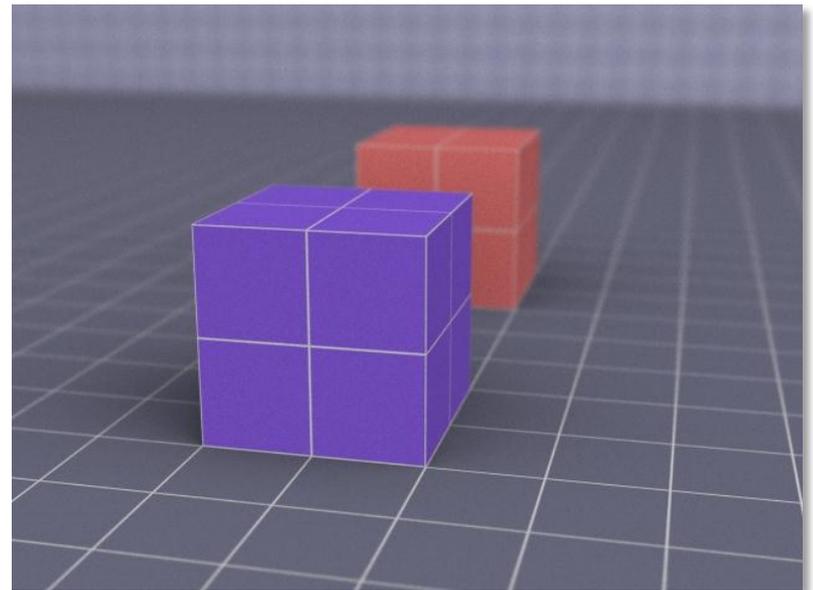
- ▶ Ombres douces
 - plusieurs rayons par source de lumière étendue
- ▶ Anti-aliasing
 - plusieurs rayons par pixel
- ▶ Réflexion « glossy »
 - plusieurs rayons réfléchis
- ▶ Flou cinétique
 - plusieurs rayon au cours du temps



Encore plus de rayons

« Distributed Ray Tracing » Cook et al. (1984)

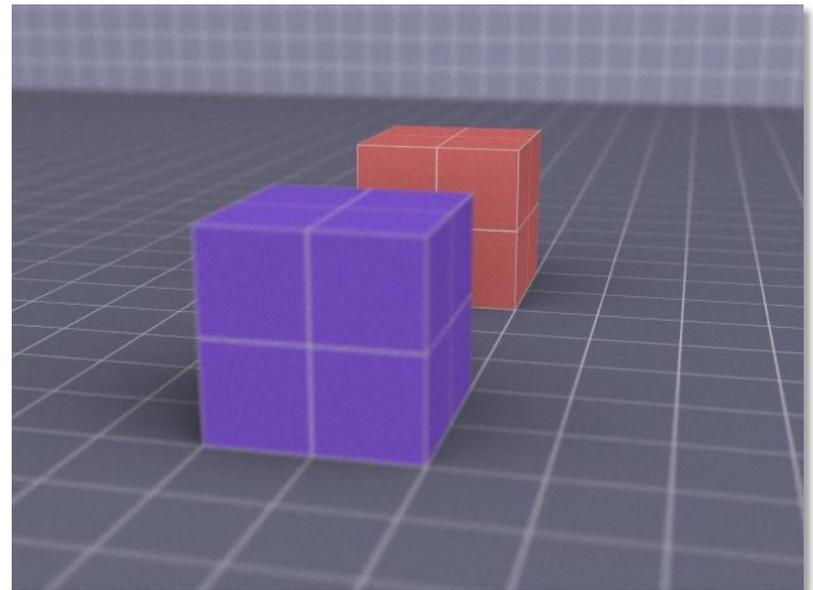
- ▶ Ombres douces
 - plusieurs rayons par source de lumière étendue
- ▶ Anti-aliasing
 - plusieurs rayons par pixel
- ▶ Réflexion « glossy »
 - plusieurs rayons réfléchis
- ▶ Flou cinétique
 - plusieurs rayon au cours du temps
- ▶ Profondeur de champ
 - plusieurs rayons par pixel en considérant une lentille



Encore plus de rayons

« Distributed Ray Tracing » Cook et al. (1984)

- ▶ Ombres douces
 - plusieurs rayons par source de lumière étendue
- ▶ Anti-aliasing
 - plusieurs rayons par pixel
- ▶ Réflexion « glossy »
 - plusieurs rayons réfléchis
- ▶ Flou cinétique
 - plusieurs rayon au cours du temps
- ▶ Profondeur de champ
 - plusieurs rayons par pixel en considérant une lentille



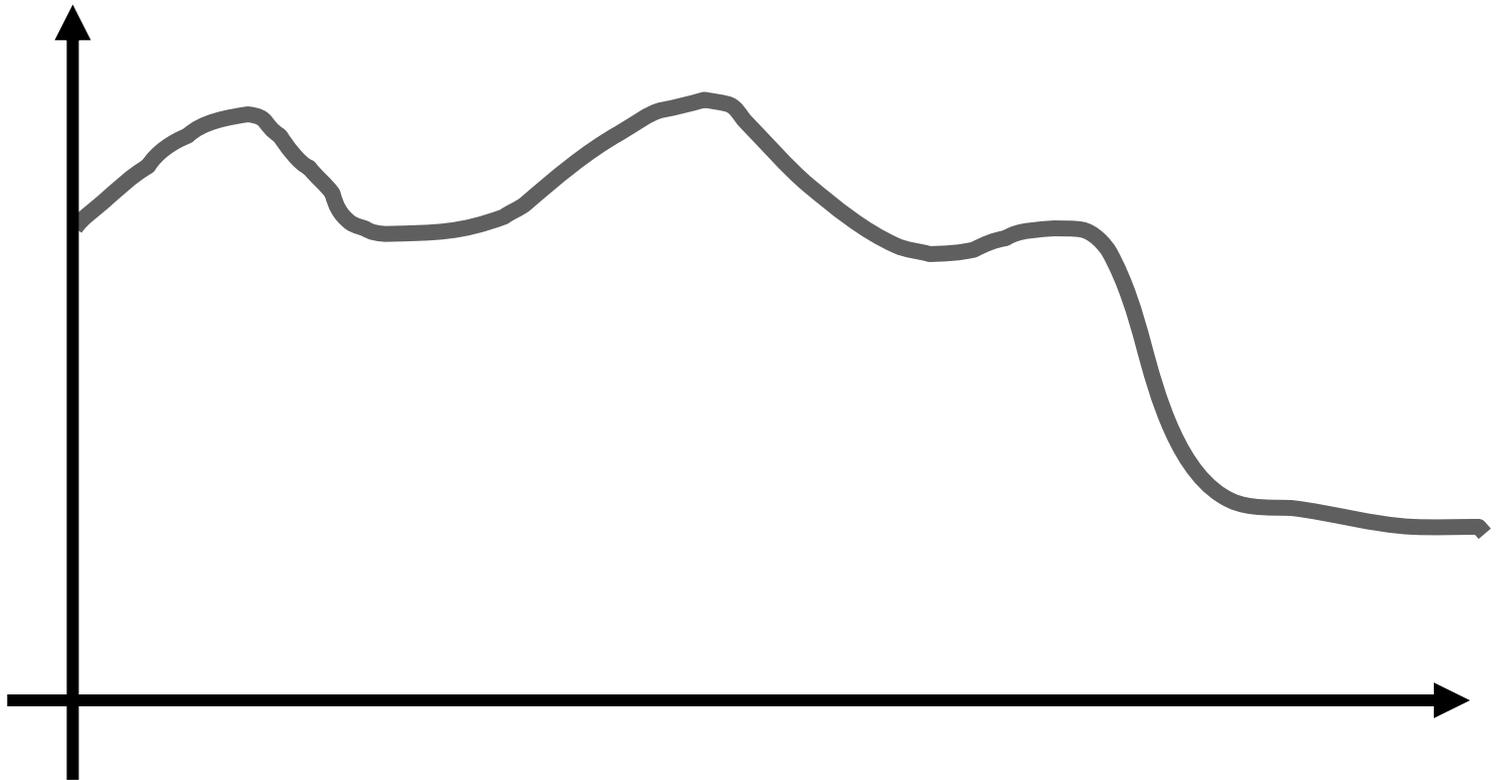
Lancer de rayon = intégration !

- ▶ De quoi ?
 - des **sources lumineuses** : ombres douce
 - des **pixels** : anti-aliasing
 - de la **BRDF** : réflexions « glossy »
 - du **temps** : flou cinétique
 - de la **lentille** : profondeur de champs
 - De l'**hémisphère** : éclairage indirect
 - des **chemins lumineux** : illumination globale
- ▶ Méthode générique de calcul d'intégrales multi-dimensionnelles :

Intégration de Monte Carlo

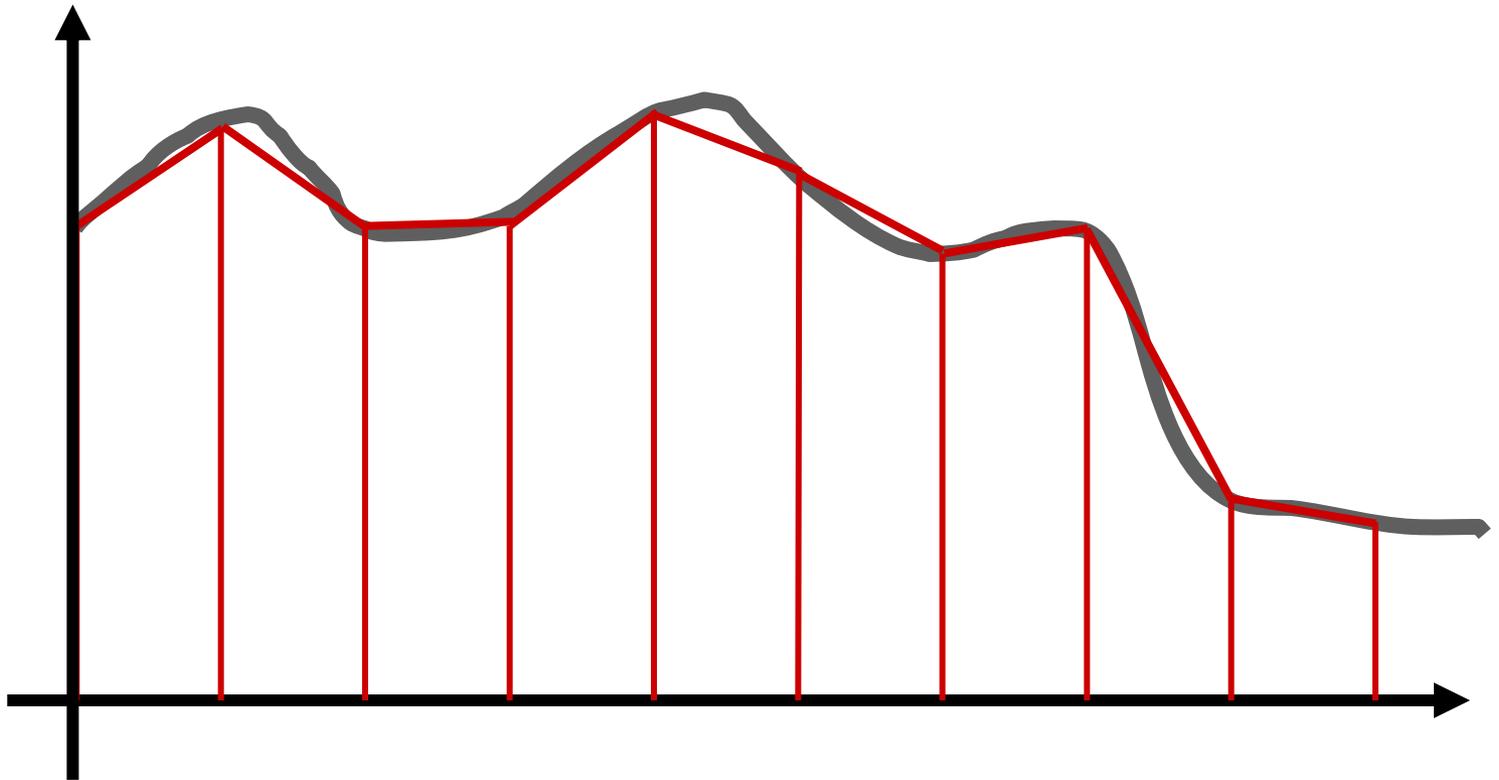
Integration en 1D

- ▶ Intégrale d'une fonction quelconque
- ▶ Problème continu \Rightarrow discrétisation



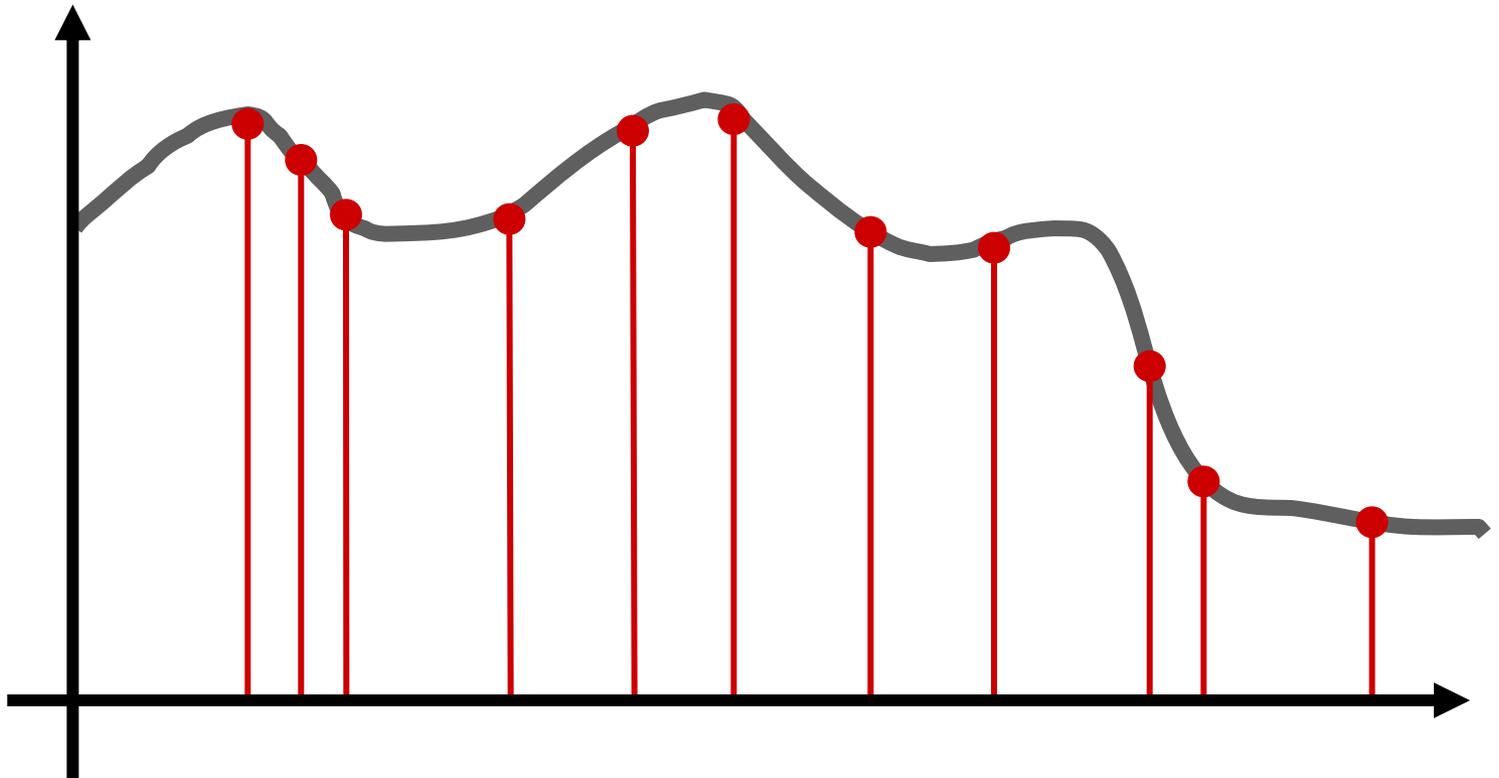
Integration en 1D

- ▶ Approximation par des trapèzes :
méthode de Simpson



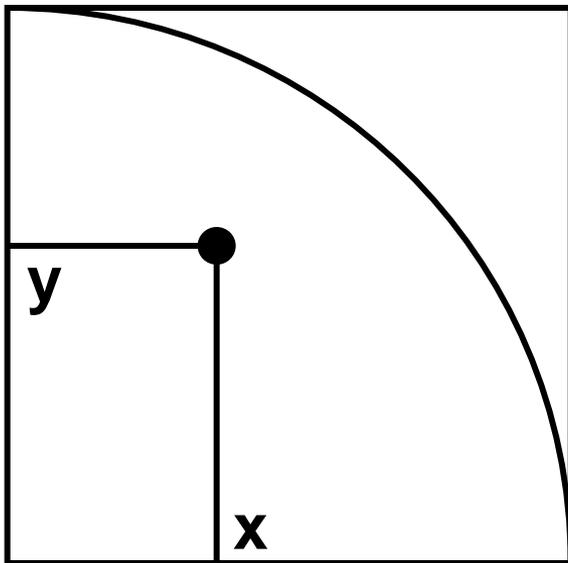
Integration 1D

- ▶ Monte Carlo : échantillonnage aléatoire
 - Inutile de mémoriser l'écart entre les n échantillons
 - Mais on espère qu'en moyenne il est de $1/n$



Monte Carlo : calcul de π

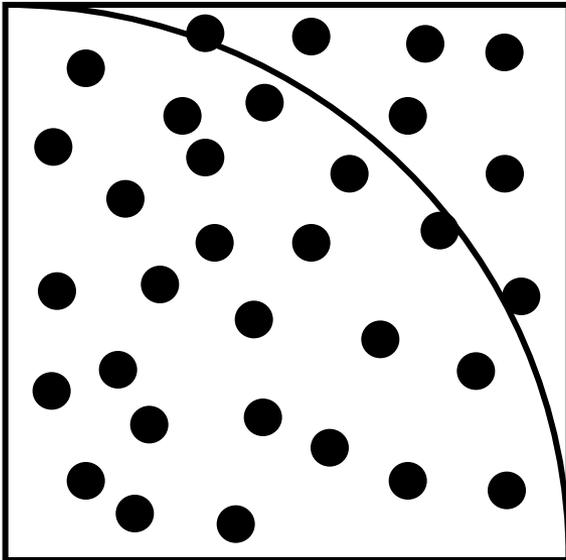
- ▶ Prenons un carré
- ▶ Prenons un point aléatoire (x,y) dans ce carré
- ▶ Testons s'il est dans le $\frac{1}{4}$ de disque ($x^2+y^2 < 1$)
- ▶ La probabilité est de $\pi / 4$



C'est l'intégral de la fonction valant 1 dans le disque et 0 en dehors

Monte Carlo : calcul de π

- ▶ La probabilité est de $\pi / 4$
- ▶ Soit $n = \# \text{ points dedans} / \# \text{ points total}$
- ▶ $\pi \approx n * 4$
- ▶ L'erreur dépend du nombre d'essais



Pourquoi ne pas utiliser Simpson ?

- ▶ Pour calculer π , Monte Carlo n'est pas très efficace
- ▶ Mais la convergence est indépendante de la dimension
- ⇒ Intégration de Monte Carlo très efficace en grande dimensionnalité

Variables aléatoires continues

- ▶ Variable aléatoire réelle x
- ▶ Densité de probabilité : $p(x)$
 - probabilité que cette variable soit entre x et $x+dx$ est $p(x) dx$

Espérance

$$E[x] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx$$

$$E[f(x)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)p(x)dx$$

- ▶ L'espérance est linéaire :

$$E[f_1(x) + a f_2(x)] = E[f_1(x)] + a E[f_2(x)]$$

Intégration de Monte Carlo

- ▶ Soit la fonction $f(x)$ avec x dans $[a, b]$
- ▶ Calculons :
$$I = \int_a^b f(x) dx$$
- ▶ Considérons une variable aléatoire x
- ▶ Si x a une distribution uniforme, $I = E[f(x)]$
 - par définition de l'espérance

Somme de variables aléatoires

- ▶ Soit N variables indépendantes identiquement distribuées (IID) x_i (N échantillons)
 - de même probabilité (ici uniforme)
- ▶ Définissons :

$$F_N = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^n f(x_j)$$

estimateur de Monte Carlo

- ▶ Par linéarité de l'espérance :
 $E[F_N] = E[f(x)]$

Variance

$$\sigma^2 = E[(x - E[x])^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - E[x])^2 p(x) dx$$

- ▶ Mesure de l'écart à l'espérance
- ▶ Déviation standard σ : racine de la variance
- ▶ Propriétés :
 - $\sigma^2[x+y] = \sigma^2[x] + \sigma^2[y] + 2 \text{Cov}[x,y]$
 - $\sigma^2[ax] = a^2 \sigma^2[x]$

Étude de la variance

$$\sigma^2[F_N] = \sigma^2 \left[\sum_{j=1}^n \frac{f(x_j)}{N} \right]$$

- ▶ Variables indépendantes $\Leftrightarrow \text{Cov}[x_i, x_j]=0$ si $i \neq j$

$$\sigma^2[F_N] = \frac{\sigma^2[f(x)]}{N}$$

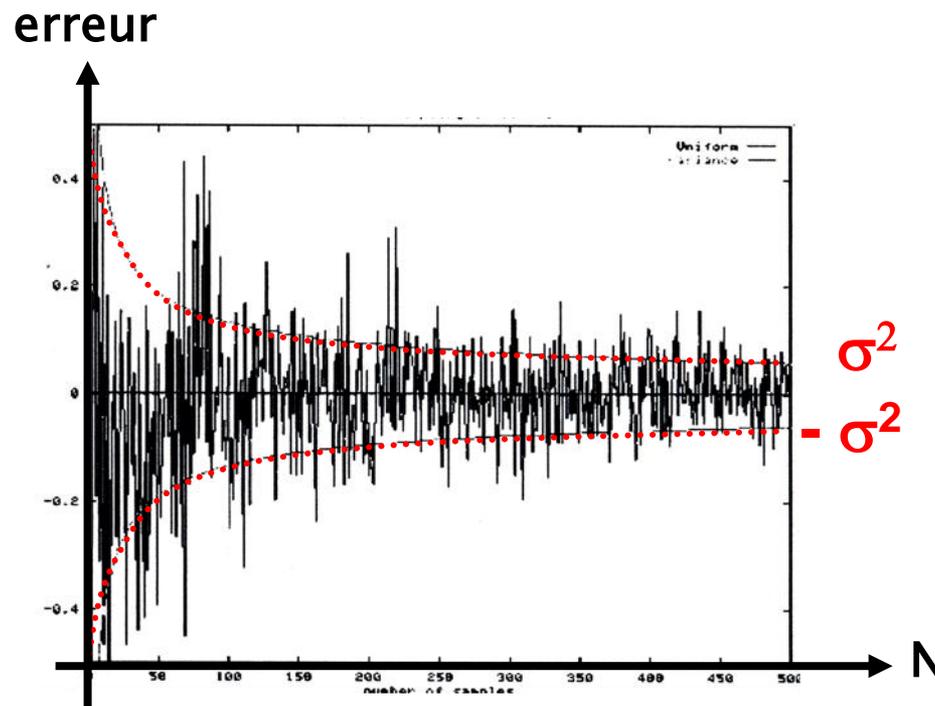
- ▶ Donc σ (erreur) diminue en
- \Rightarrow **convergence lente**

$$\sqrt{N}$$

Exemple

$$I = \int_0^1 5x^4 dx$$

- ▶ En théorie, $I=1.0$
- ▶ En pratique, avec une distribution uniforme



Intégration de MC : avantages

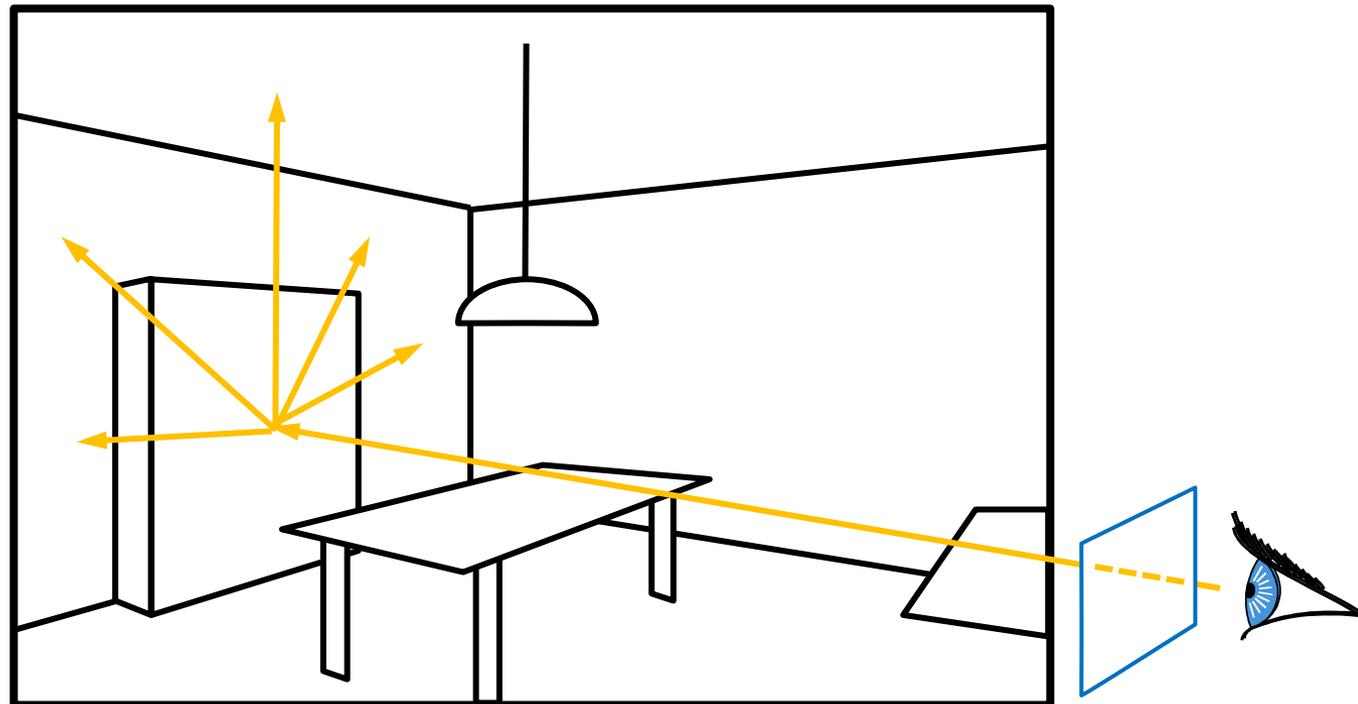
- ▶ Peu de restriction sur la fonction à intégrer
 - Pas de problème de continuité, régularité...
 - Nécessite seulement une évaluation ponctuelle
- ▶ Même convergence en dimension supérieure
- ▶ Conceptuellement simple

Intégration de MC : inconvénients

- ▶ Bruité
- ▶ Convergence lente
- ▶ Implémentation efficace difficile

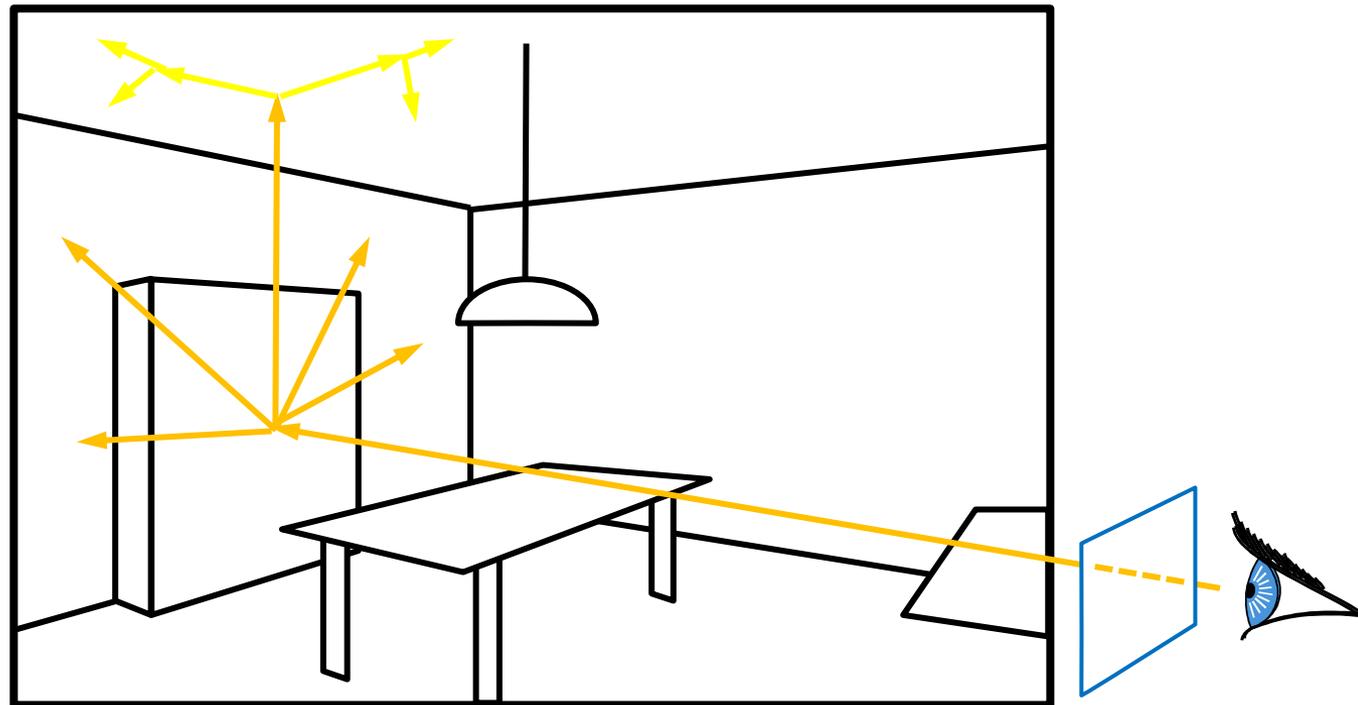
Méthodes de Monte Carlo

- ▶ Un rayon par pixel
- ▶ En chaque point visible : tirage aléatoire de rayons pour accumuler la radiance



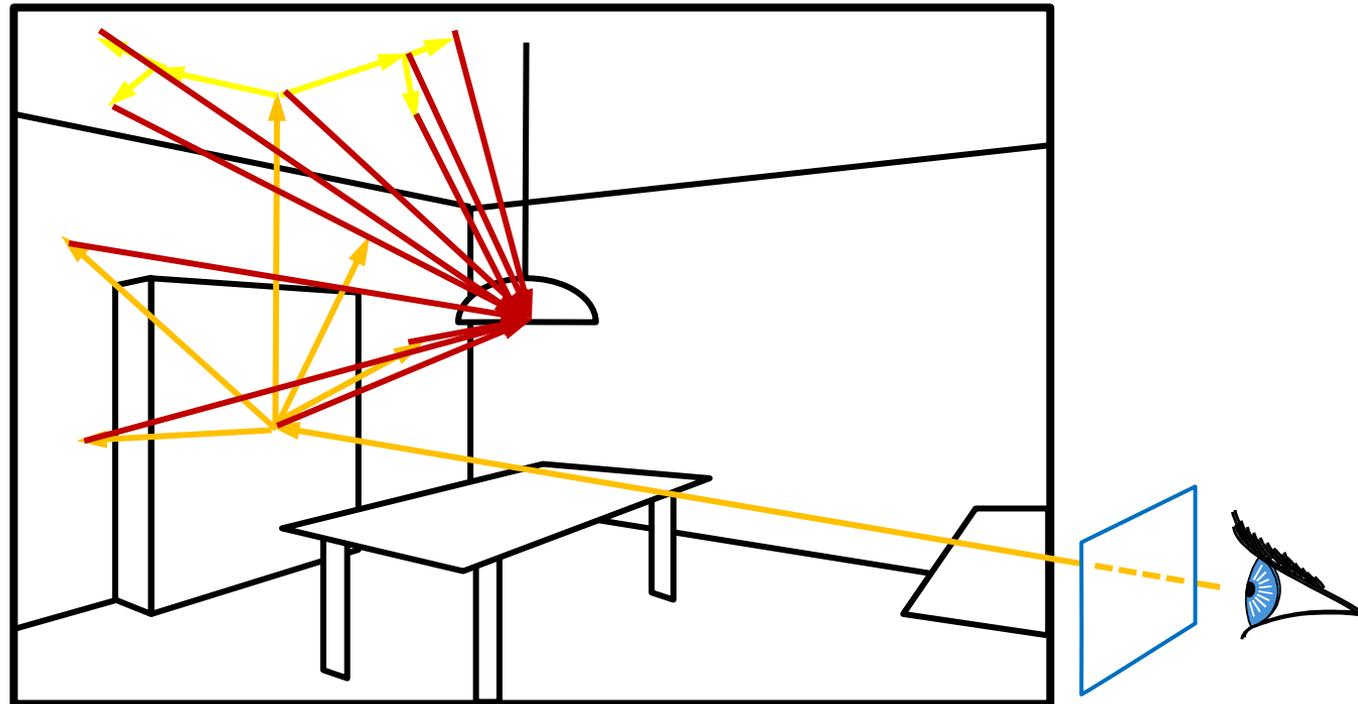
Méthodes de Monte Carlo

- ▶ Un rayon par pixel
- ▶ En chaque point visible : tirage aléatoire de rayons pour accumuler la radiance
- ▶ Continuer récursivement

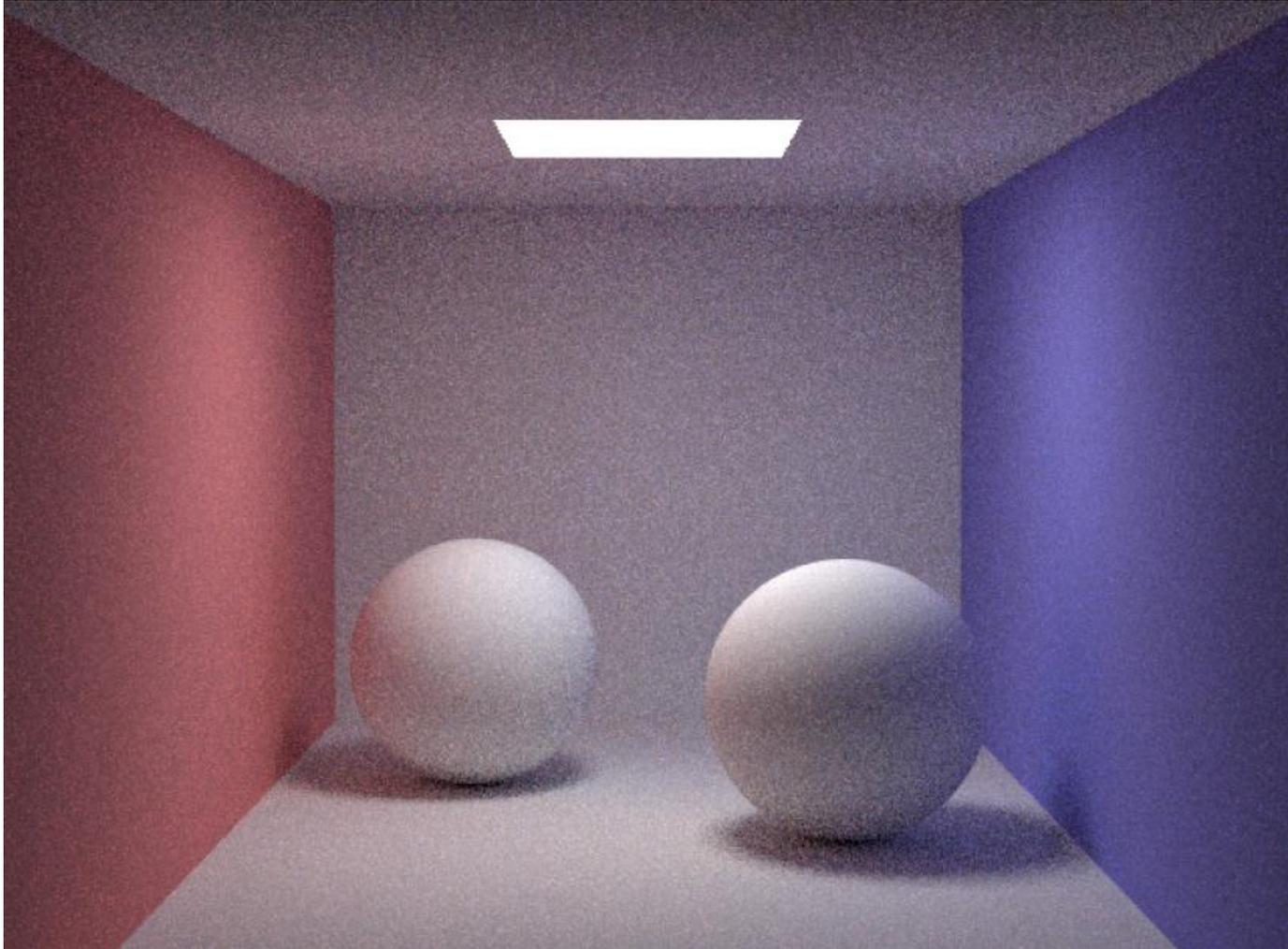


Méthodes de Monte Carlo

- ▶ Un rayon par pixel
- ▶ En chaque point visible : tirage aléatoire de rayons pour accumuler la radiance
- ▶ Continuer récursivement
- ▶ Échantillonner la lampe systématiquement

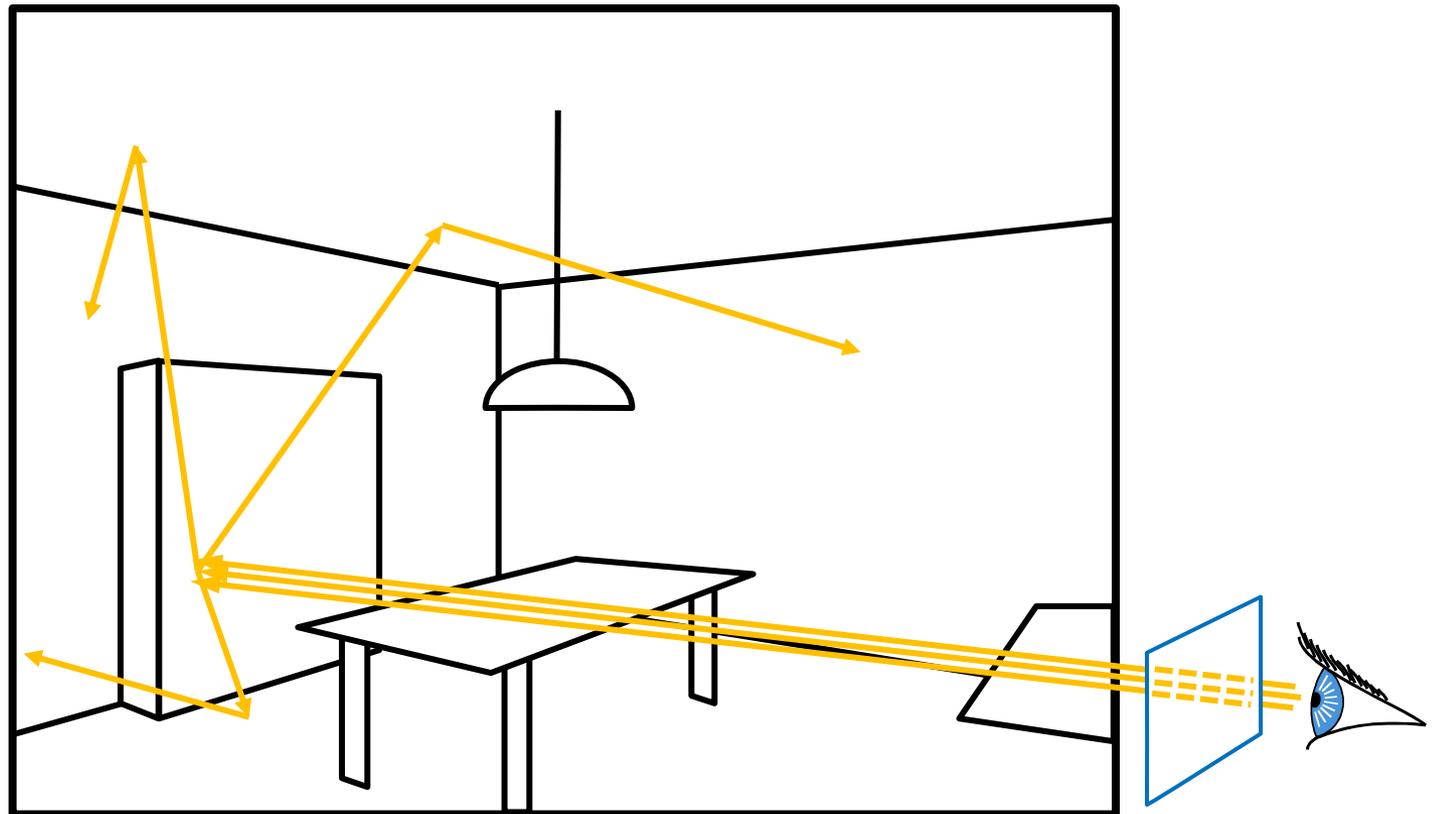


Résultats



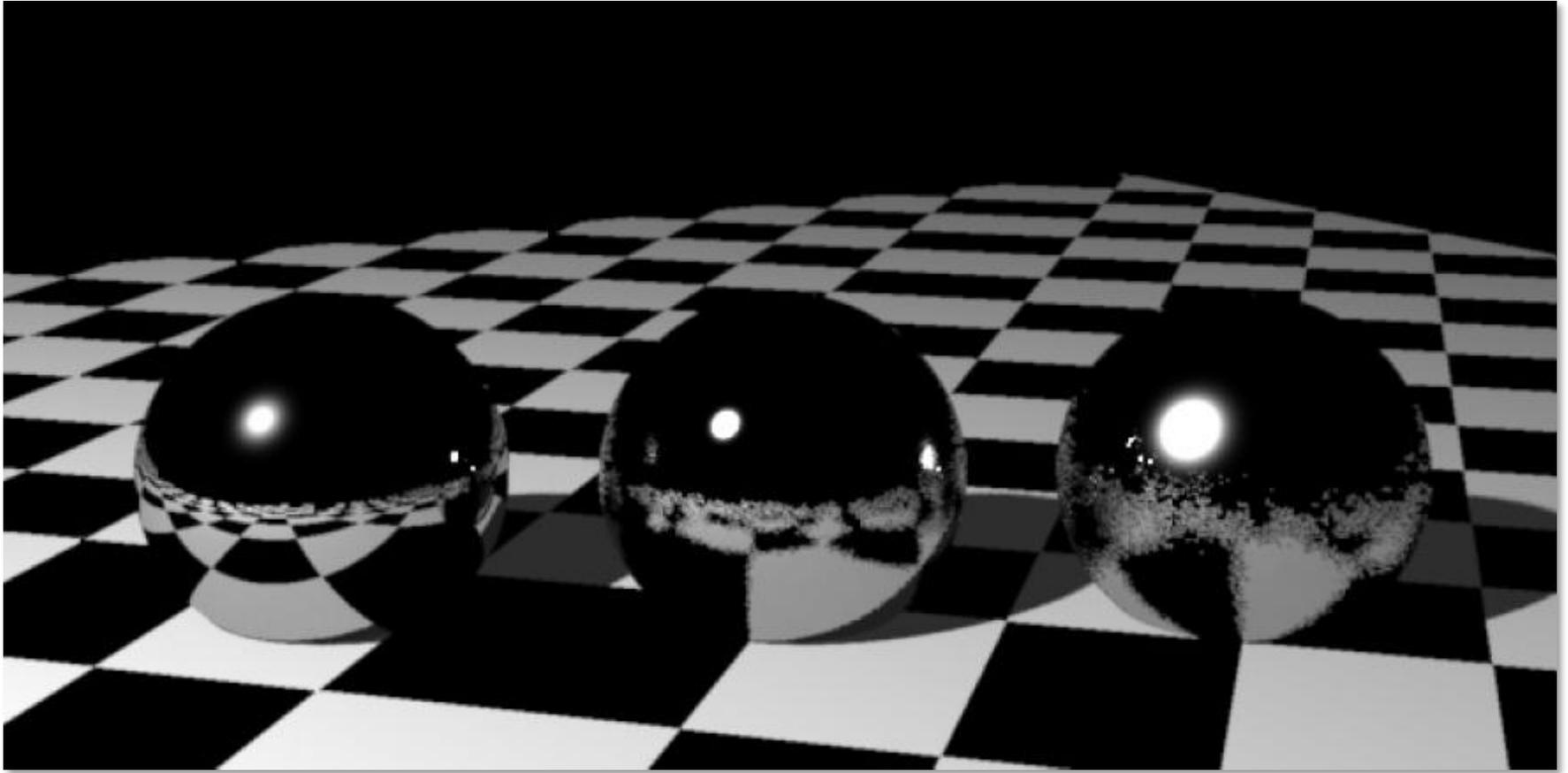
Monte Carlo Path Tracing

- ▶ Tracer seulement un rayon par récursion
- ▶ Mais lancer plusieurs (des centaines de) rayons primaires par pixel



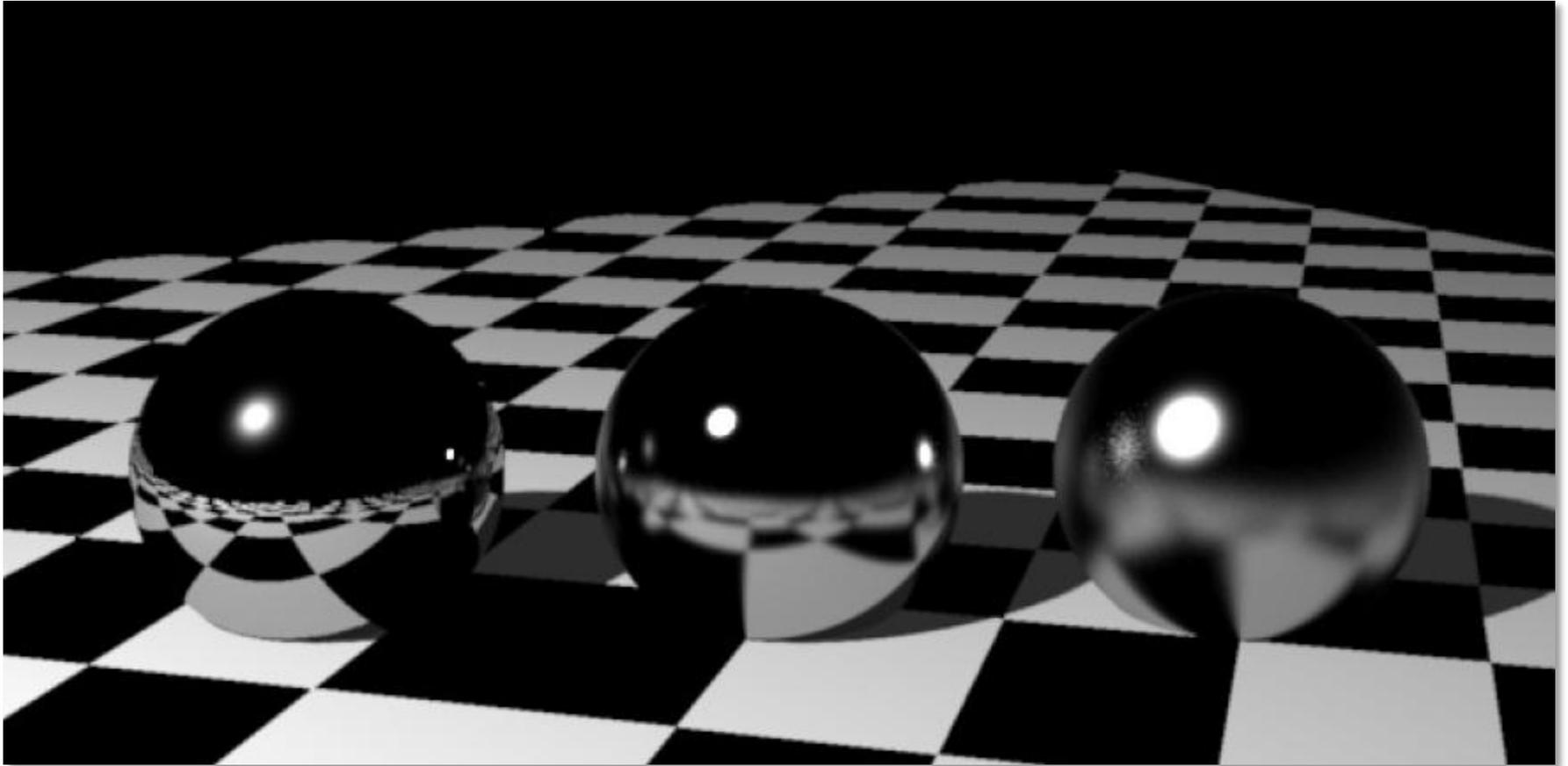
Résultats

- ▶ 1 échantillon par pixel



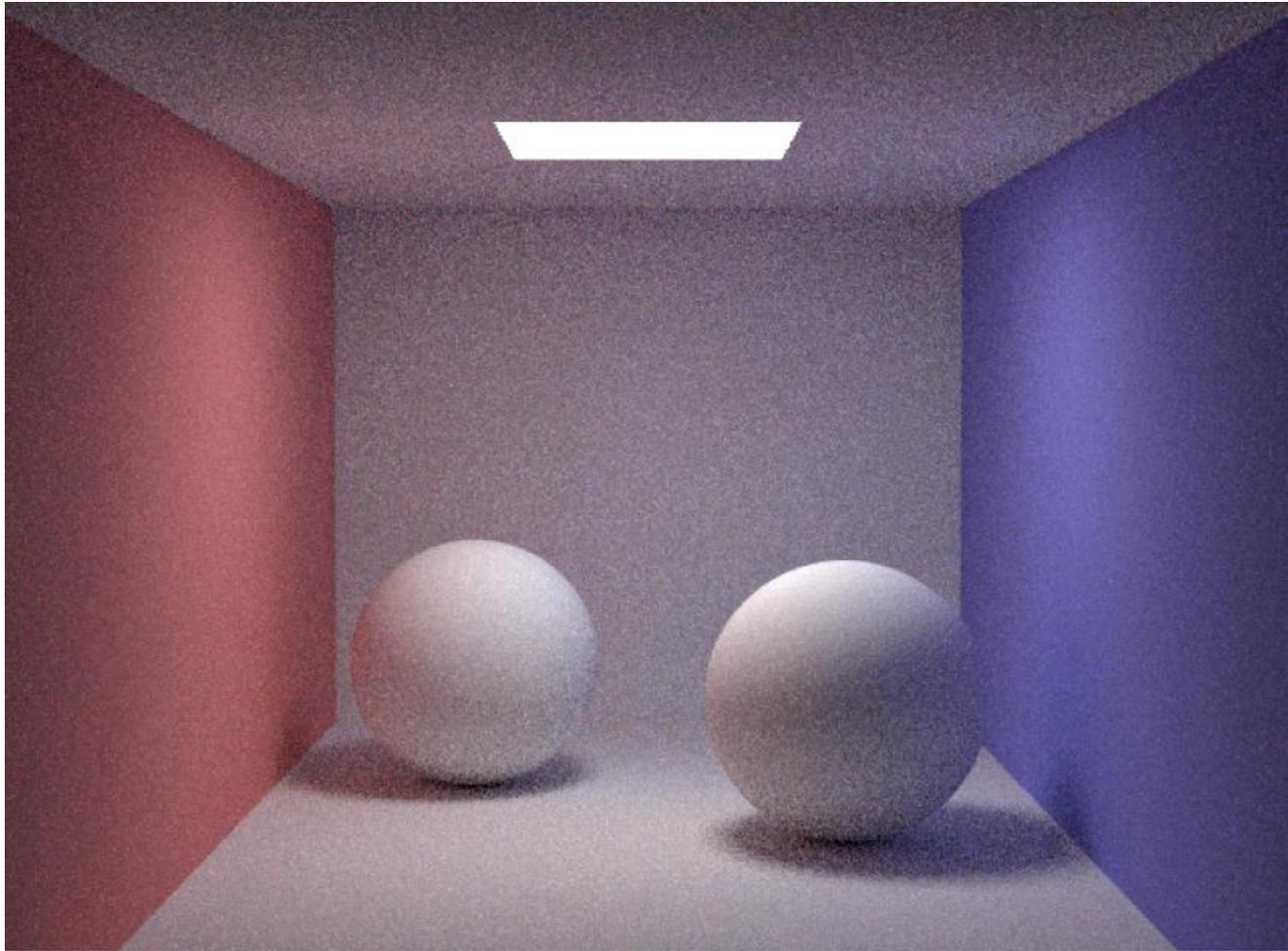
Résultats

- ▶ 256 échantillons par pixel



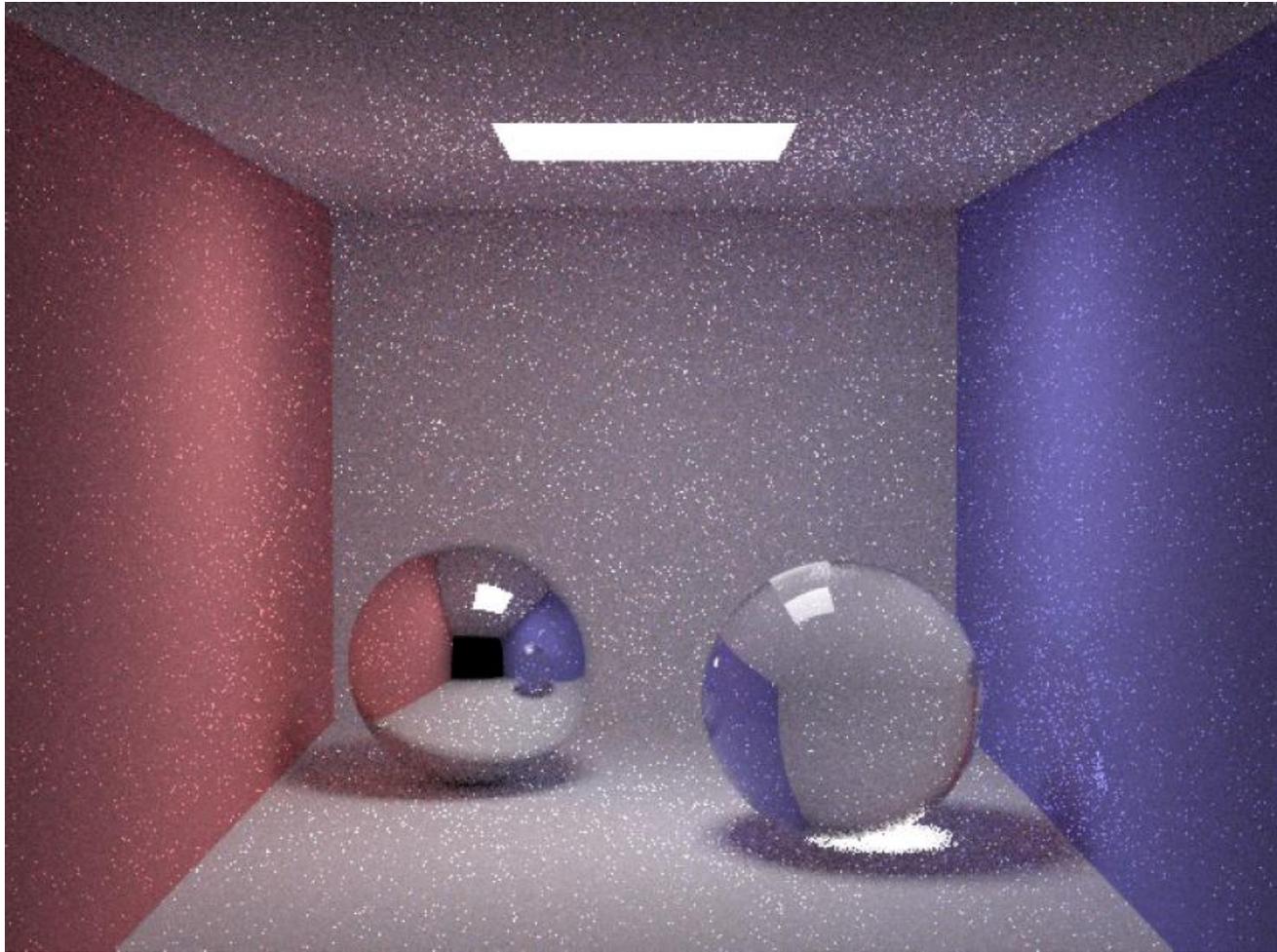
Résultats : matériaux diffus

- ▶ 10 paths/pixel



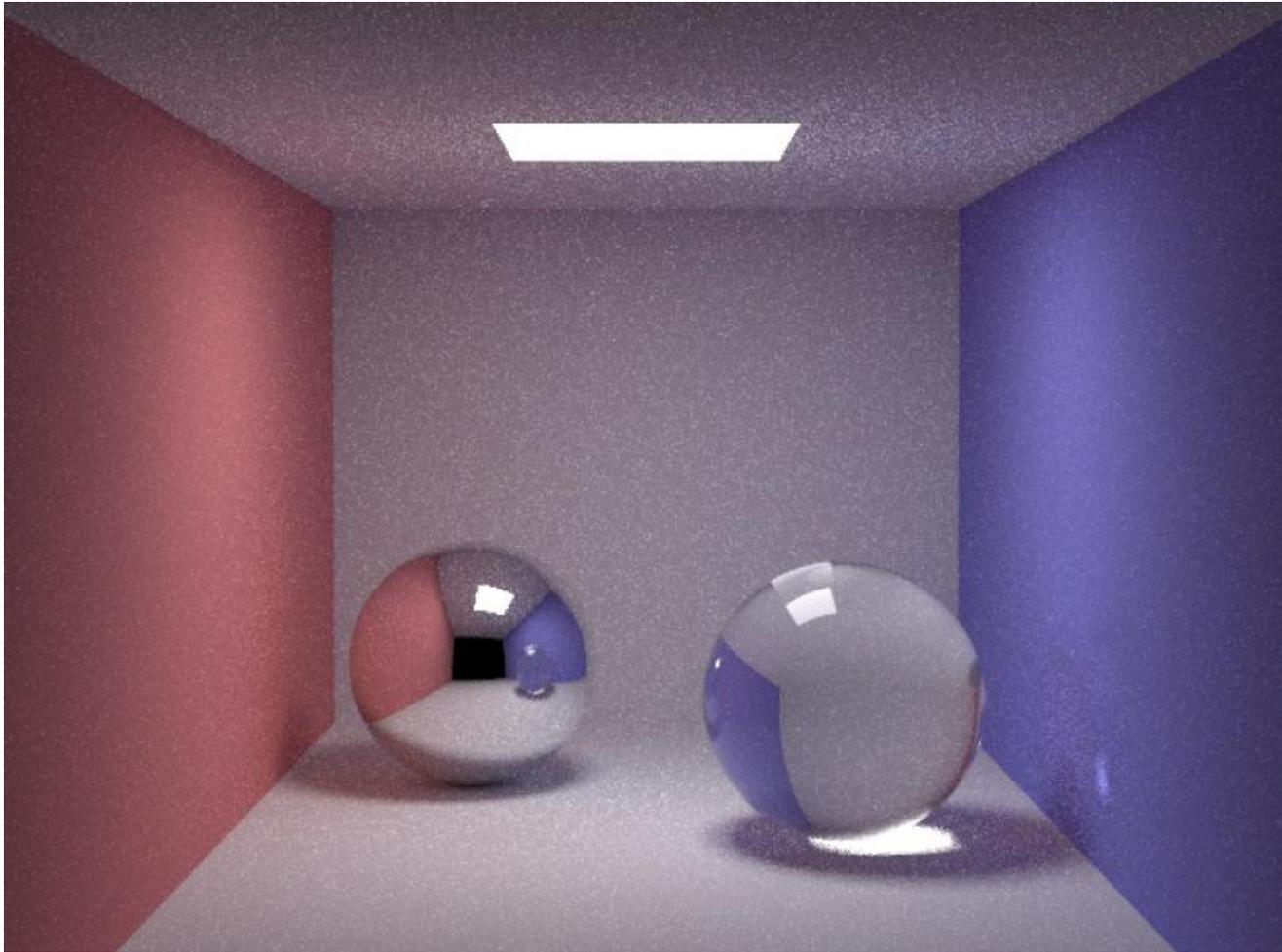
Résultats : matériaux brillant

- ▶ 10 paths/pixel



Résultats : matériaux brillant

- ▶ 100 paths/pixel



Pourquoi l'aléatoire ?

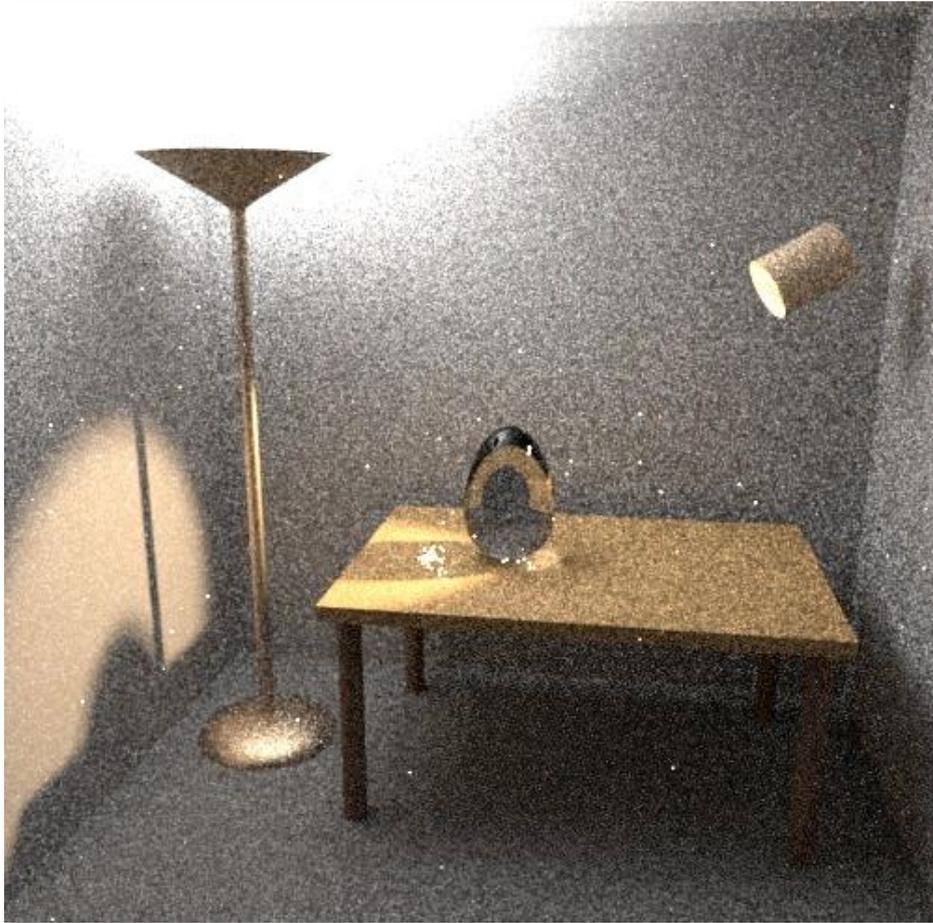
- ▶ Séquence pseudo-aléatoire fixe
- ▶ La structure apparait dans l'erreur



Résumé

- ▶ Envoyer des rayons aléatoires
- ▶ Échantillonner l'équation de rendu
- ▶ Pas de limitation
 - Ni sur la réflectance
 - Ni sur la géométrie
- ▶ Extrêmement flexible
- ▶ Peut être bruité et/ou très lent
 - Réduction de la variance : « **importance sampling** »
 - Accélération : « **irradiance caching** »

Importance de l'échantillonnage



Échantillonnage naïf



Échantillonnage optimal
(Veach and Guibas 1995)

Distribution non-uniforme

- ▶ N échantillons de probabilité $p(x)$
- ▶ L'estimateur de Monte Carlo devient :

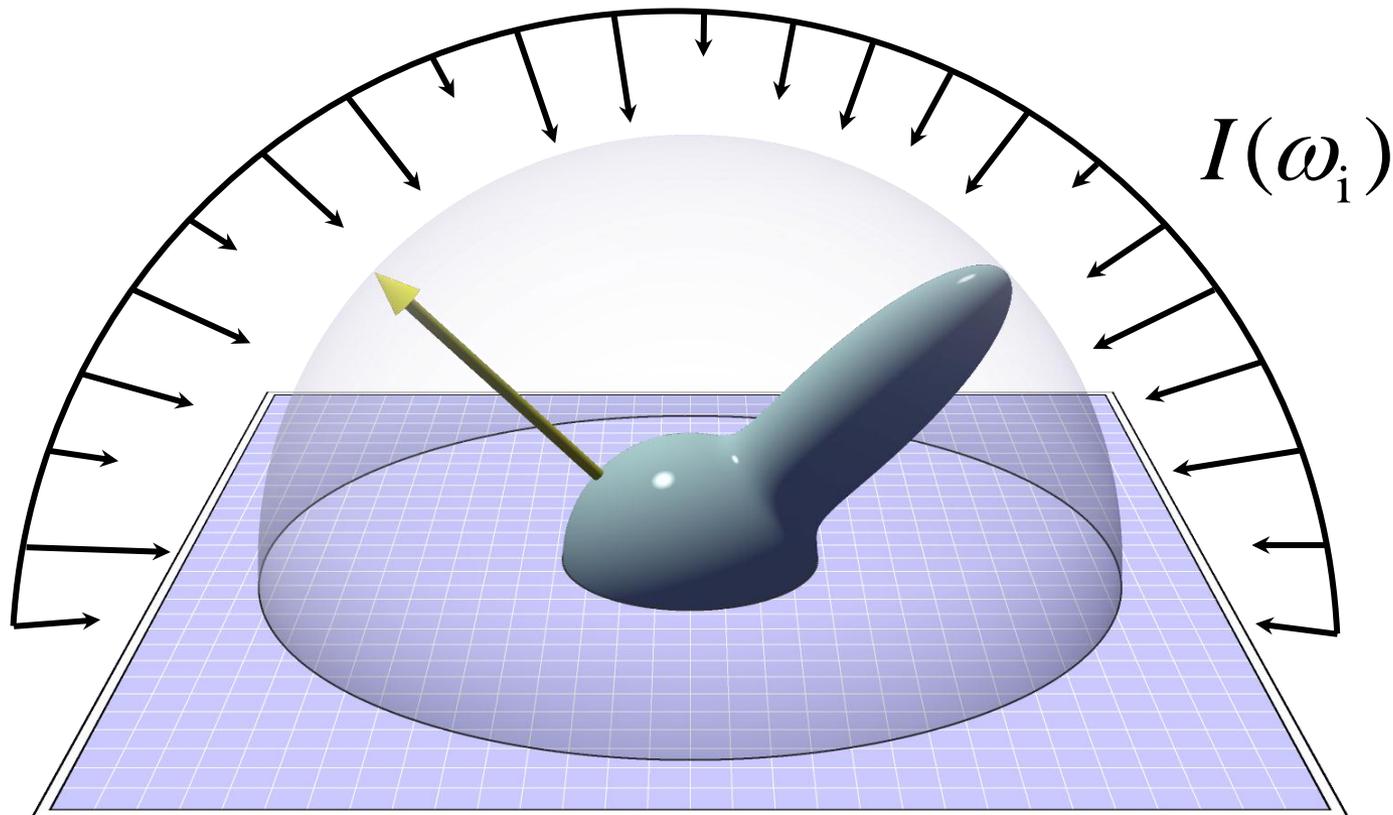
$$F_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(x_i)}{p(x_i)}$$

- ▶ La probabilité p permet d'échantillonner le domaine plus intelligemment

Comment choisir cette probabilité ?

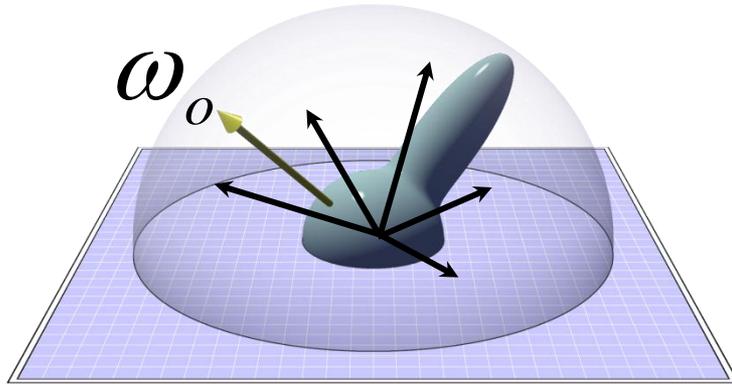
Exemple: réflexions « glossy »

- ▶ Intégrer sur l'hémisphère des directions
- ▶ BRDF x cosinus x lumière incidente

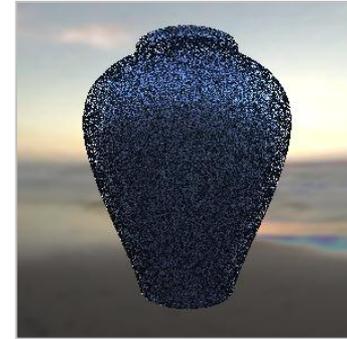


Échantillonner une BRDF

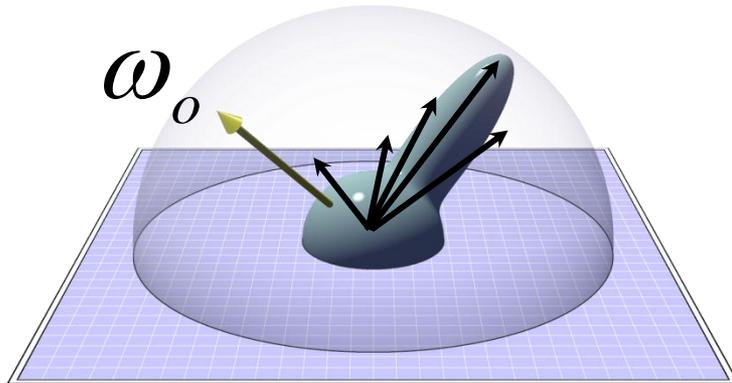
$U(\omega_i)$



5 Samples/Pixel

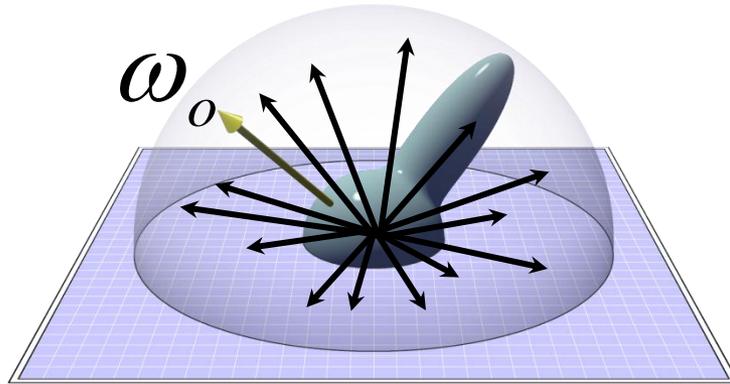


$P(\omega_i)$

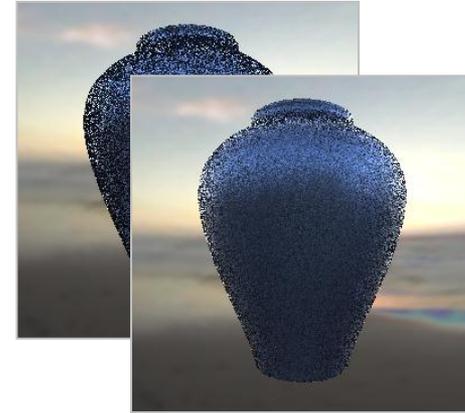


Échantillonner une BRDF

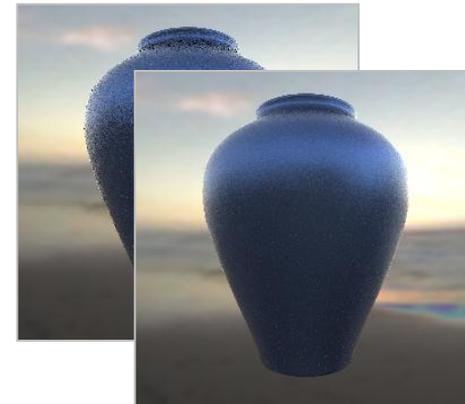
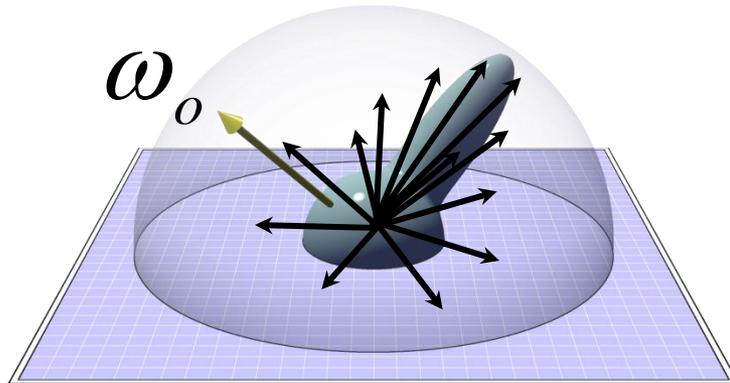
$U(\omega_i)$



25 Samples/Pixel

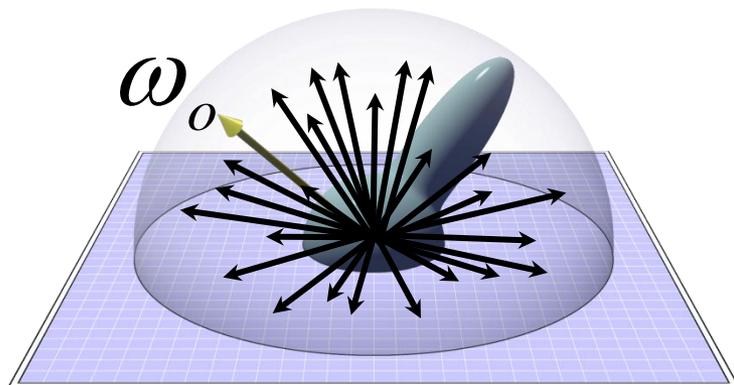


$P(\omega_i)$

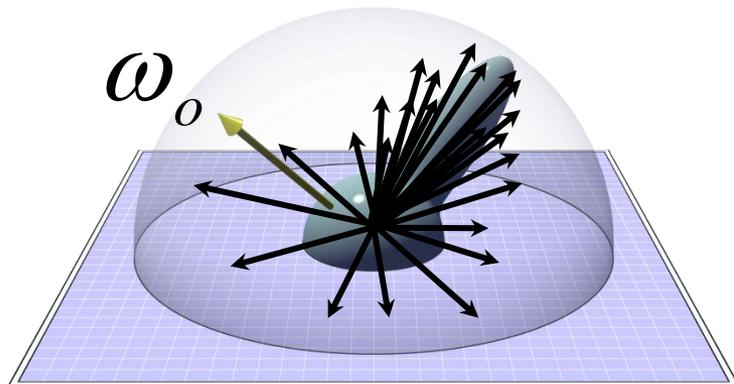


Échantillonner une BRDF

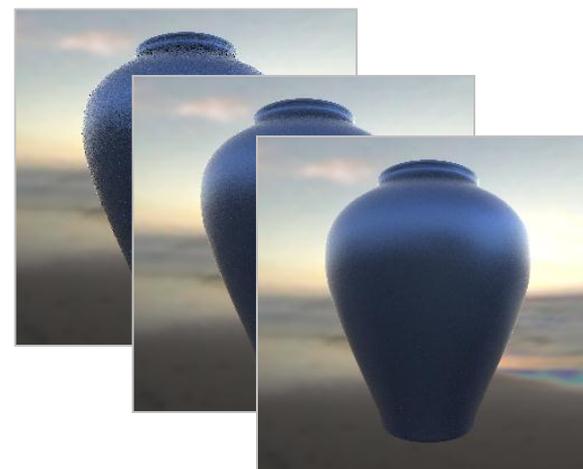
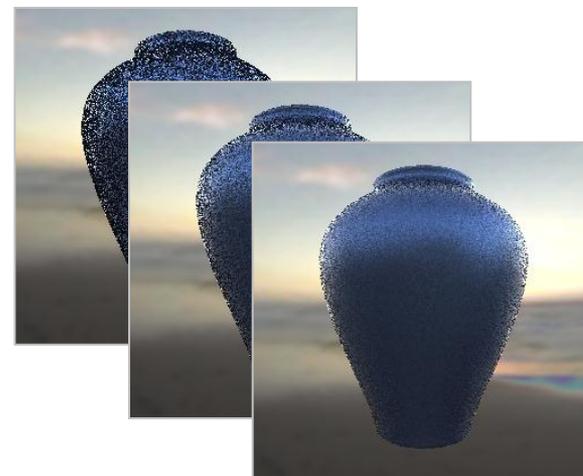
$U(\omega_i)$



$P(\omega_i)$



75 Samples/Pixel



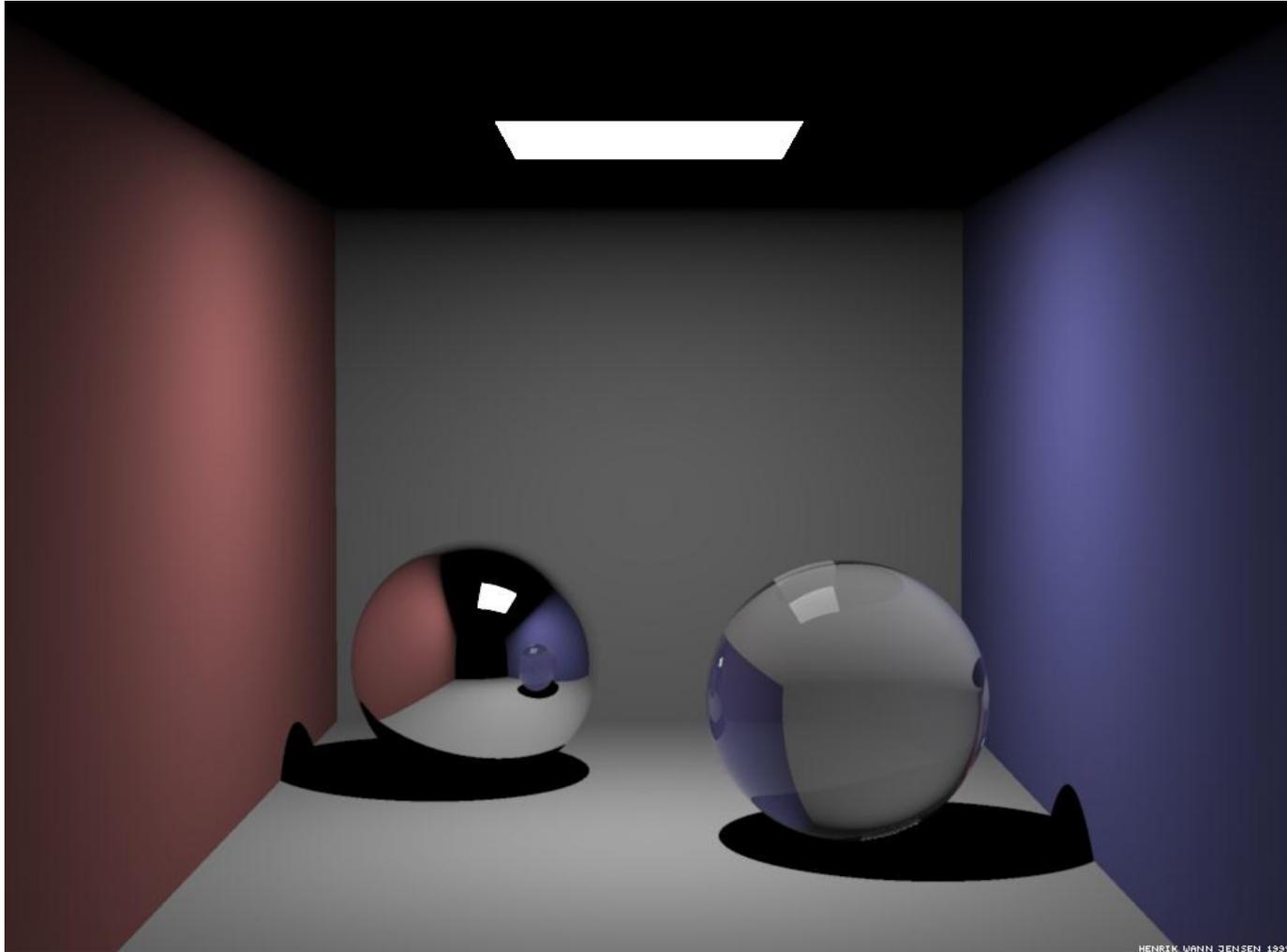
Slide courtesy of Jason Lawrence

« Importance sampling »

$$F_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{f(x_i)}{p(x_i)}$$

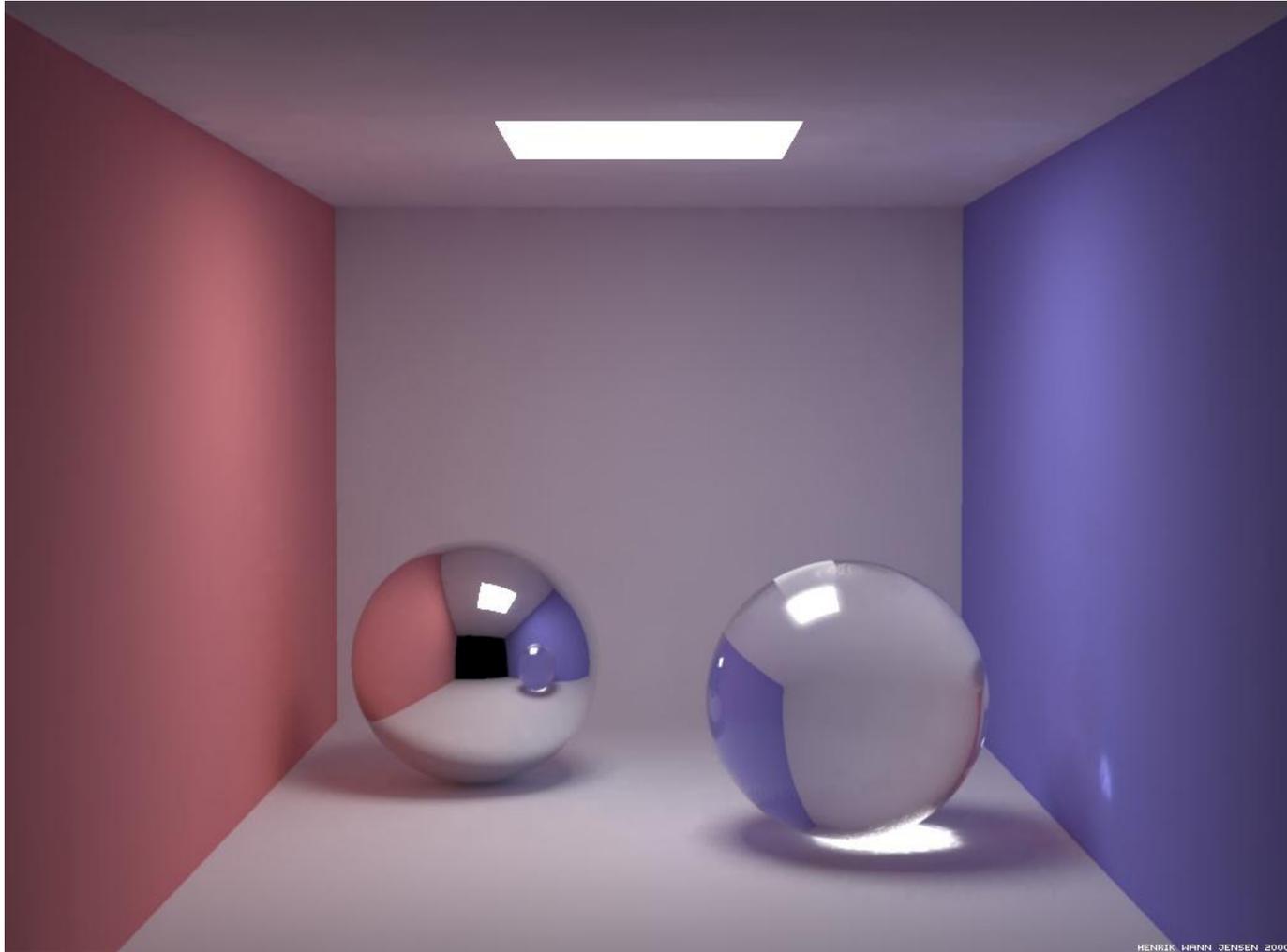
- ▶ Choisir p intelligemment pour réduire la variance :
 - p doit ressembler à f
 - Ne change pas la convergence en \sqrt{N} (réduit la constante)

Illumination directe



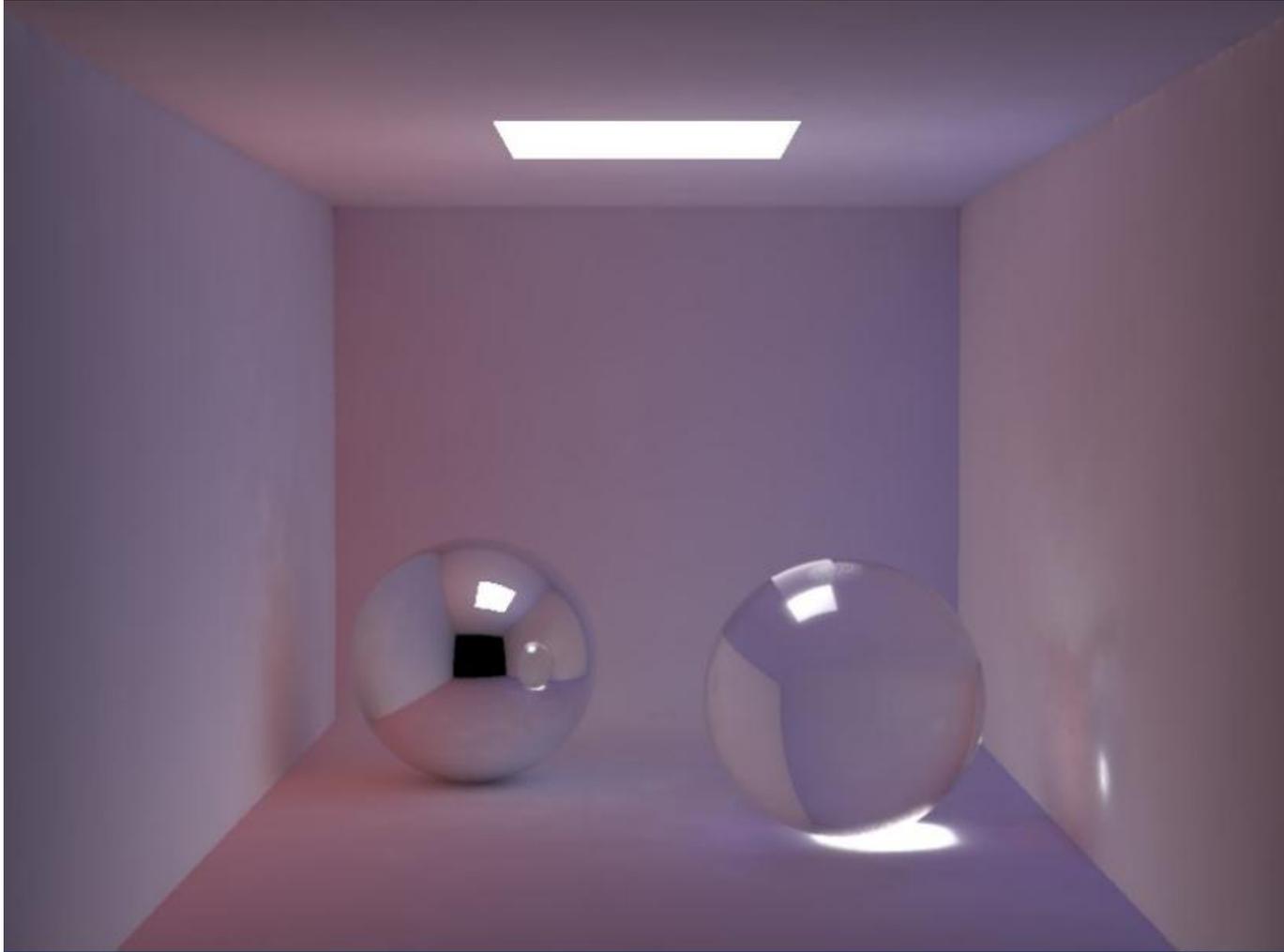
HENRIK WANN JENSEN 1999

Illumination globale



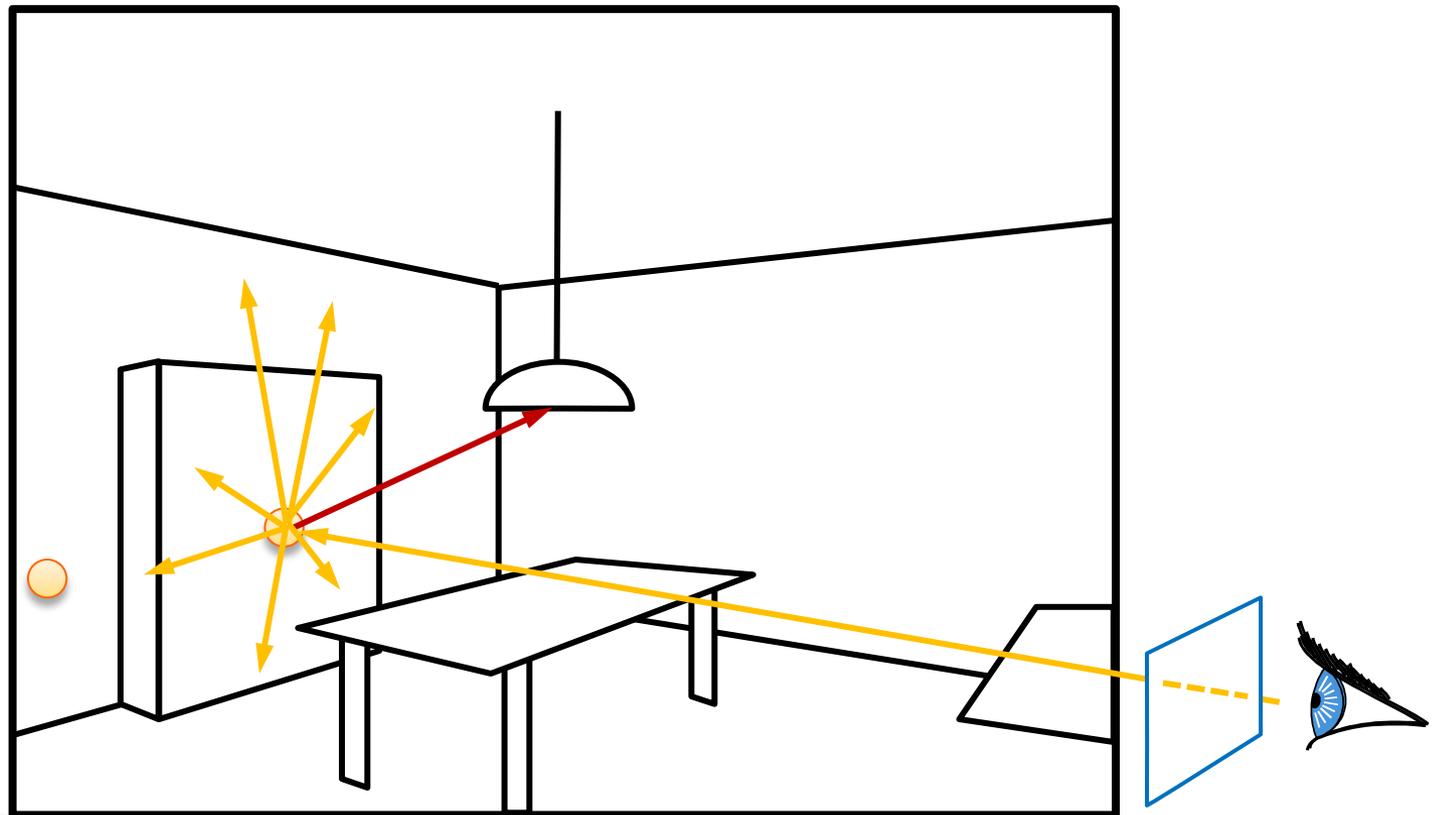
HENRIK WANN JENSEN 2000

Illumination indirecte



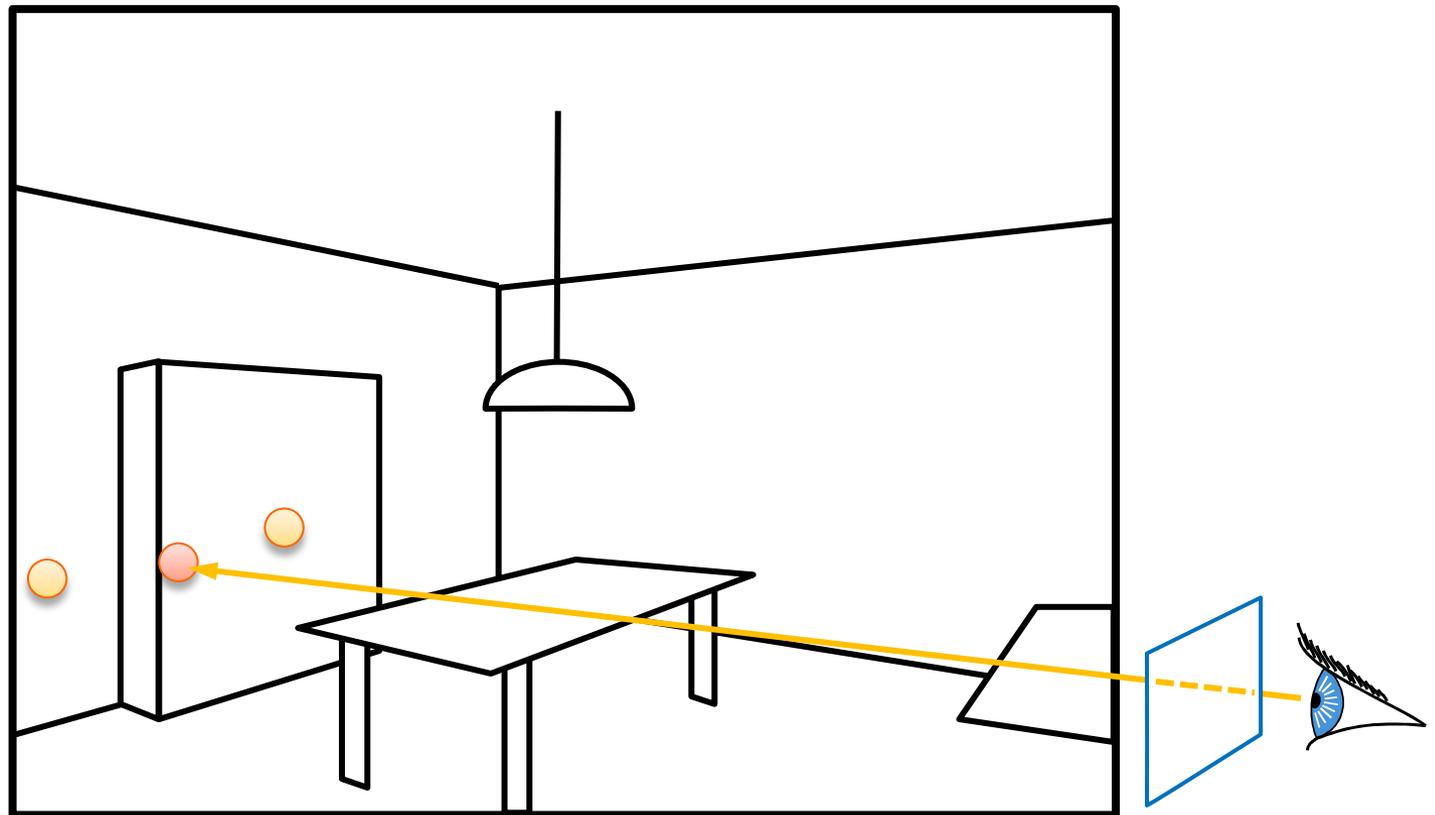
Irradiance cache

- ▶ L'illumination indirecte varie spatialement lentement



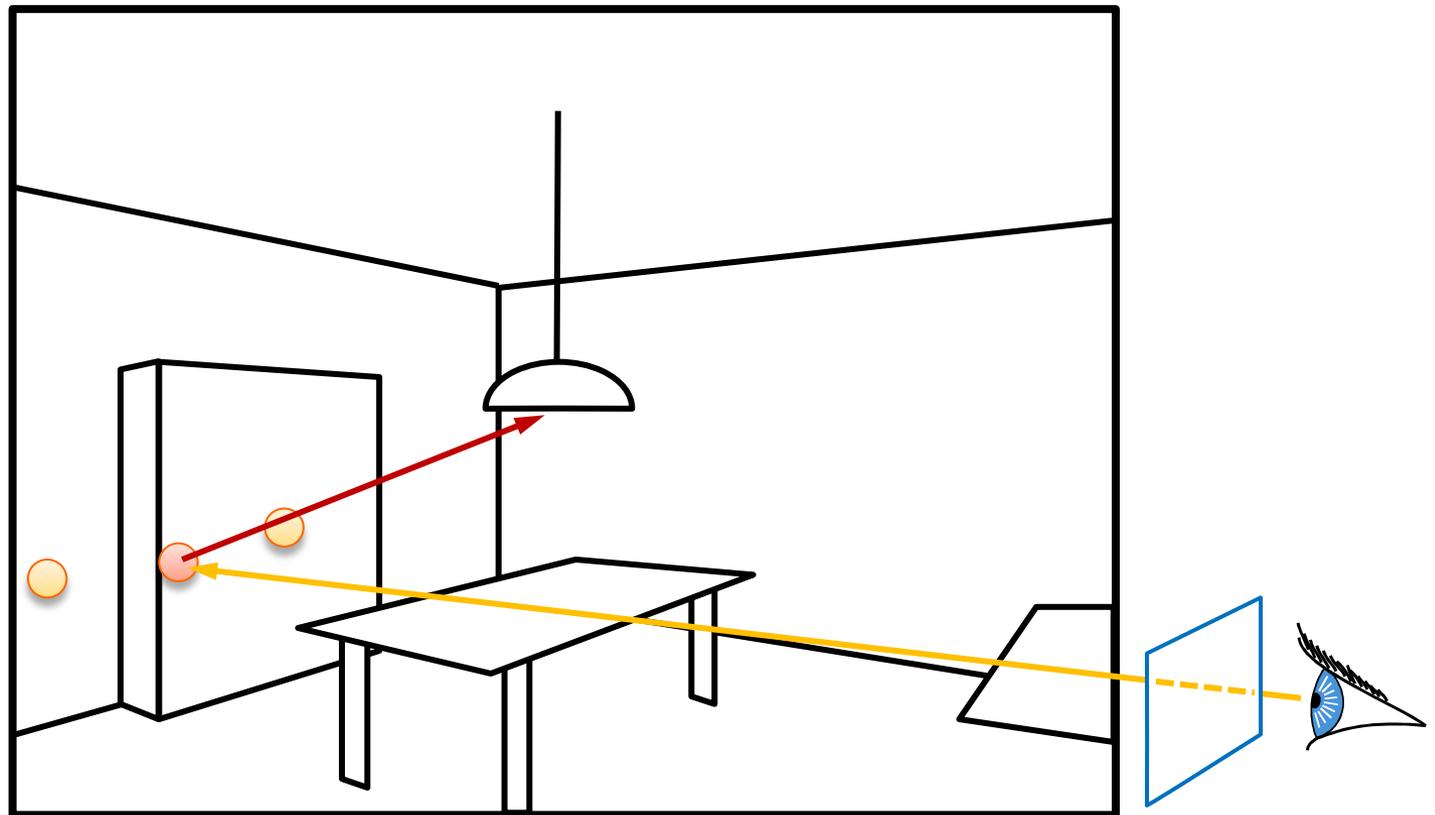
Irradiance cache

- ▶ L'illumination indirecte varie lentement
- ▶ Interpoler entre des valeurs proches



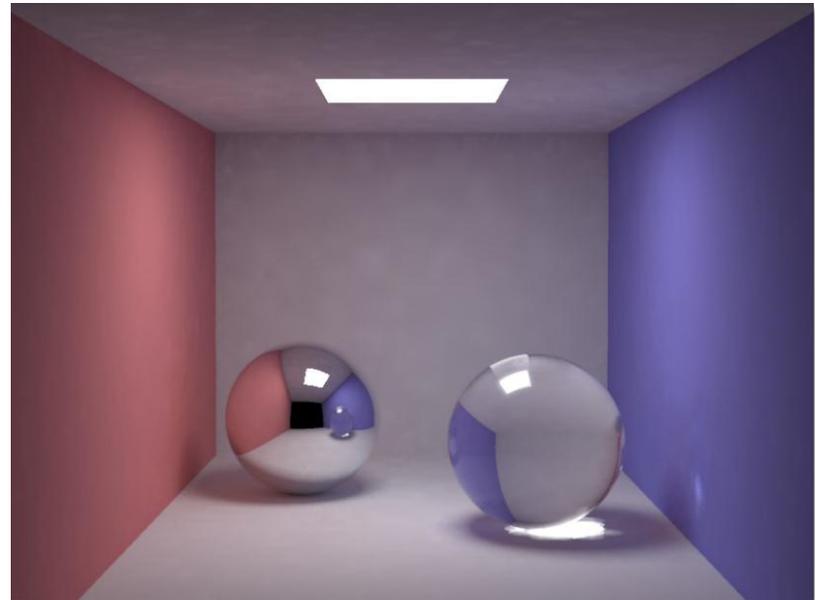
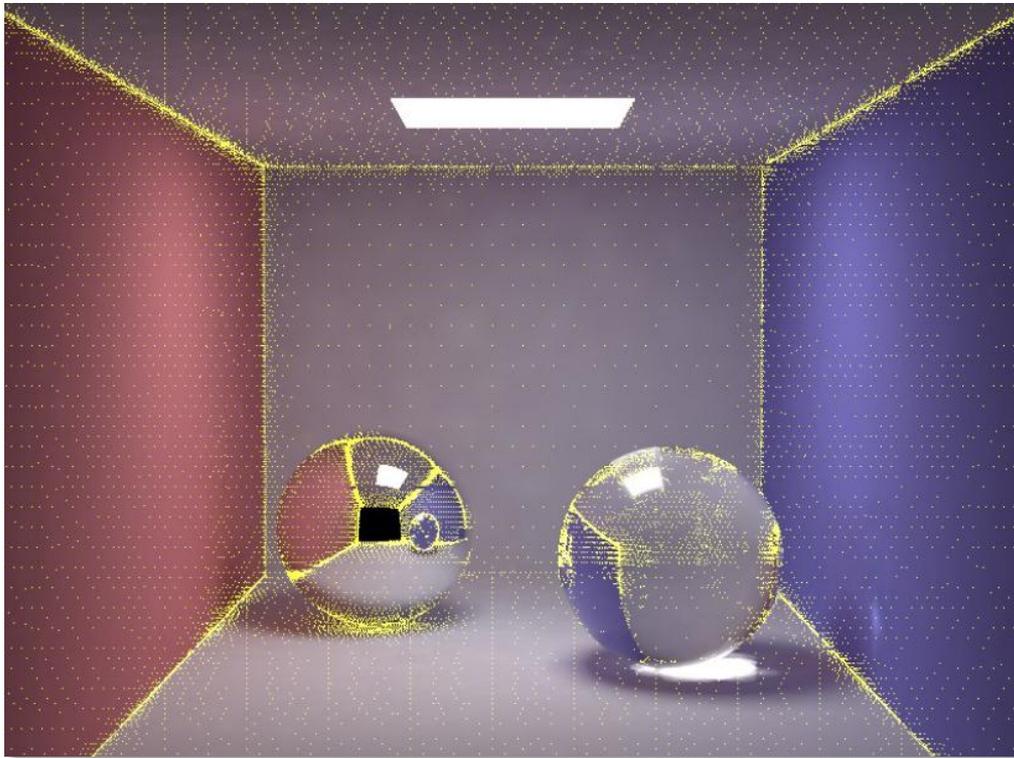
Irradiance cache

- ▶ L'illumination indirecte varie lentement
- ▶ Interpoler entre des valeurs du cache
- ▶ Mais calculer l'éclairage directe complètement

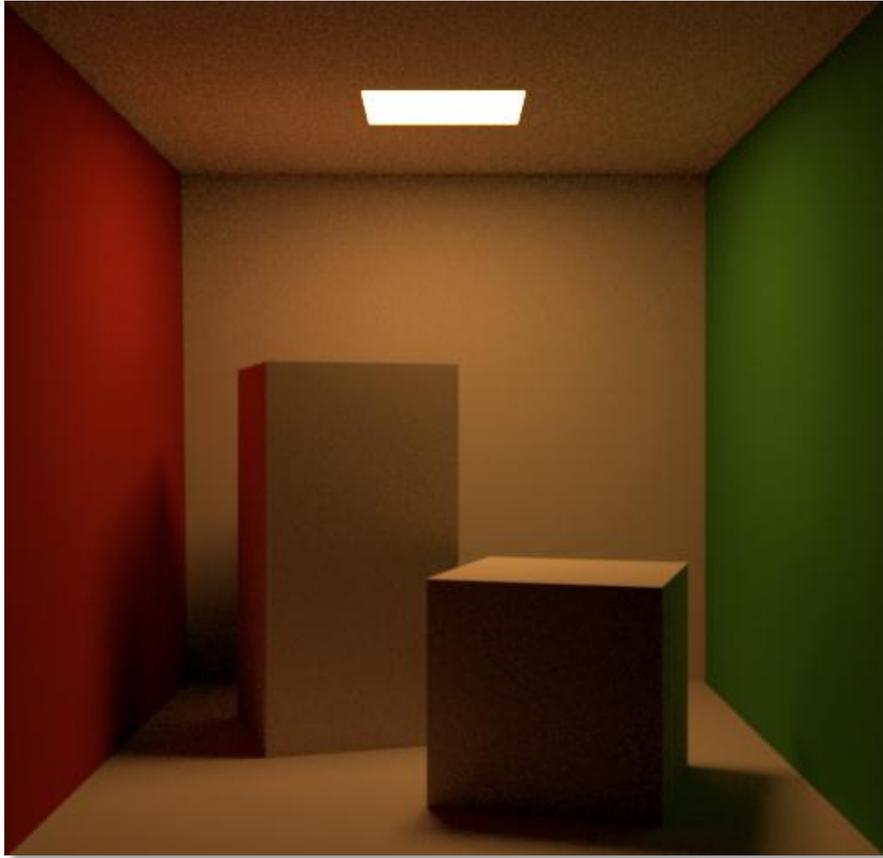


Irradiance cache

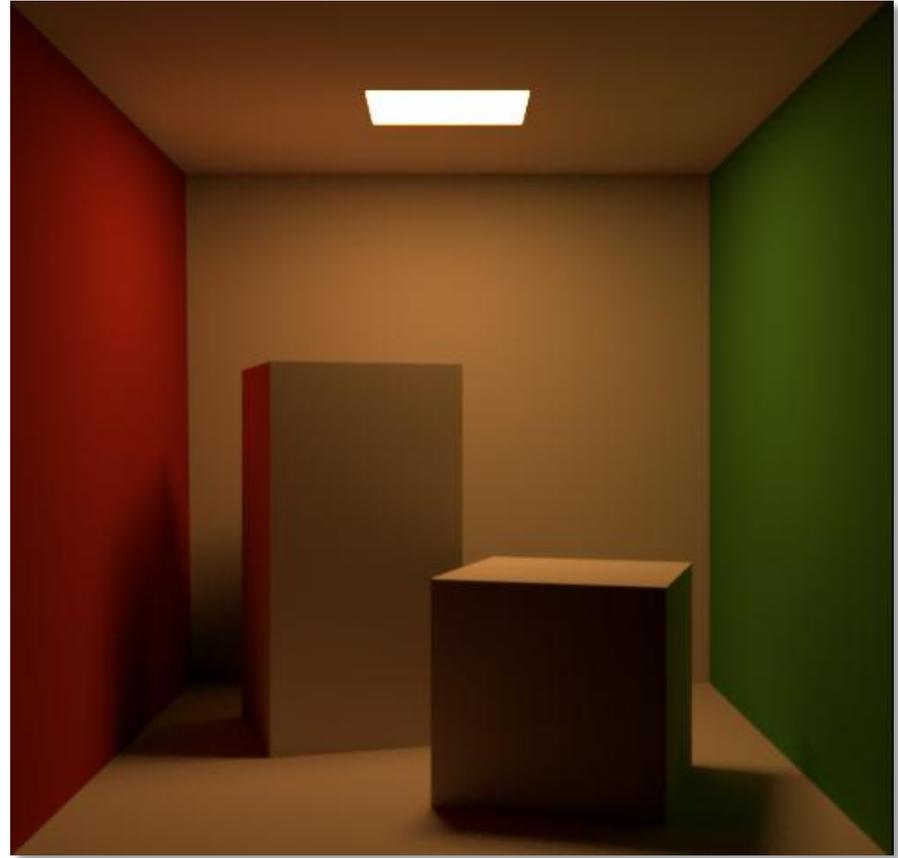
- ▶ Points jaunes : contribution de l'illumination indirecte



Irradiance cache



Path Tracing



Path tracing + Irradiance cache

Irradiance cache



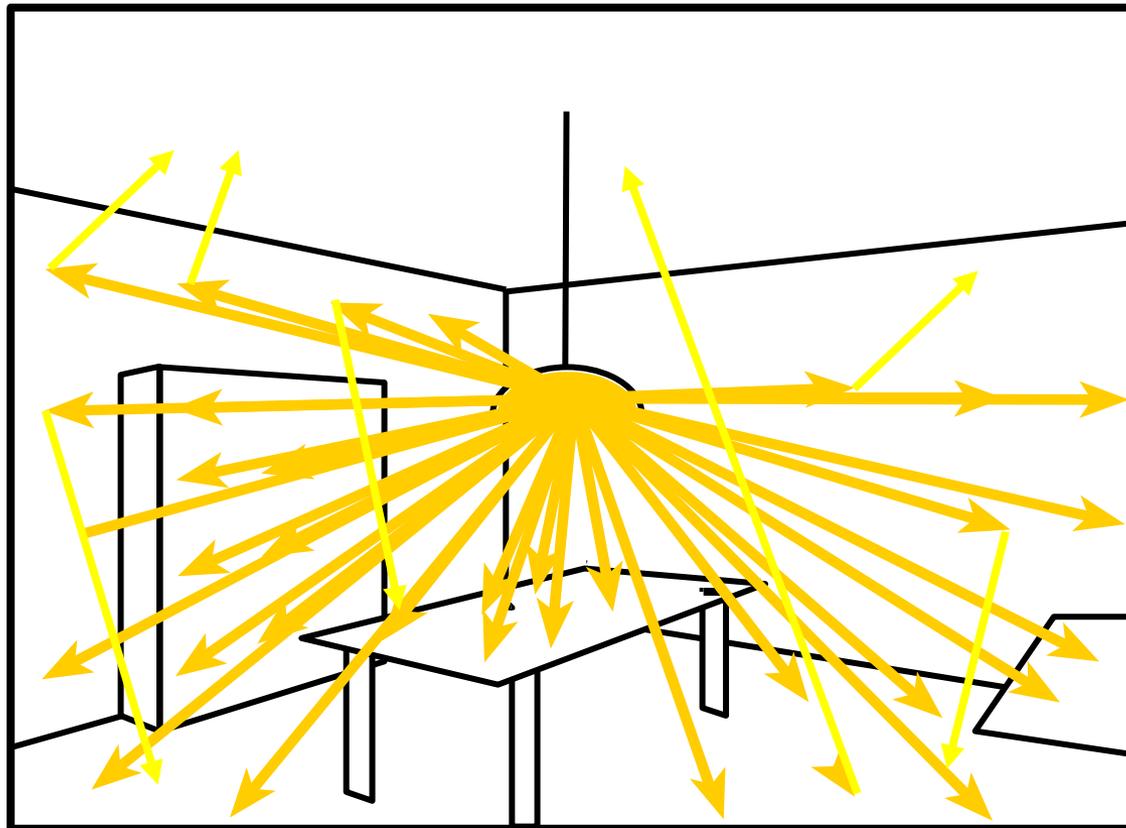
Path Tracing



Path tracing + Irradiance cache

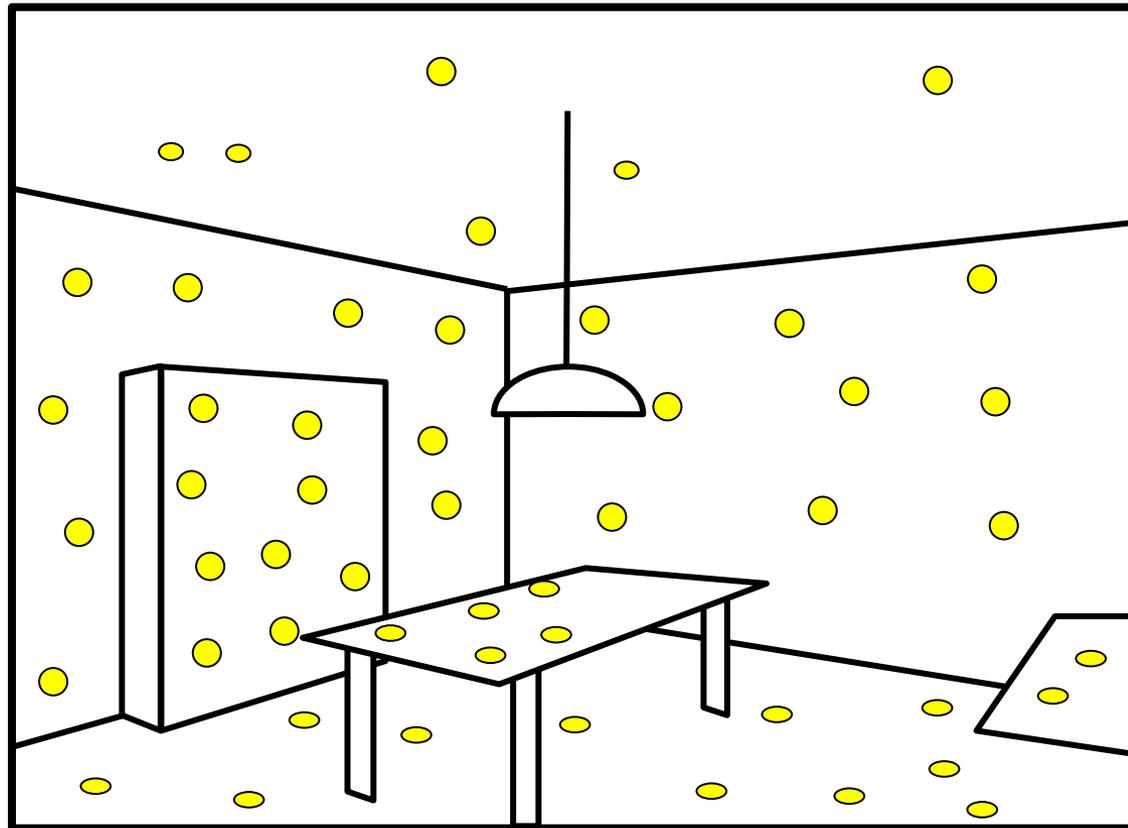
Photon mapping

- ▶ Pré-calcul : lancer des rayons depuis les lampes



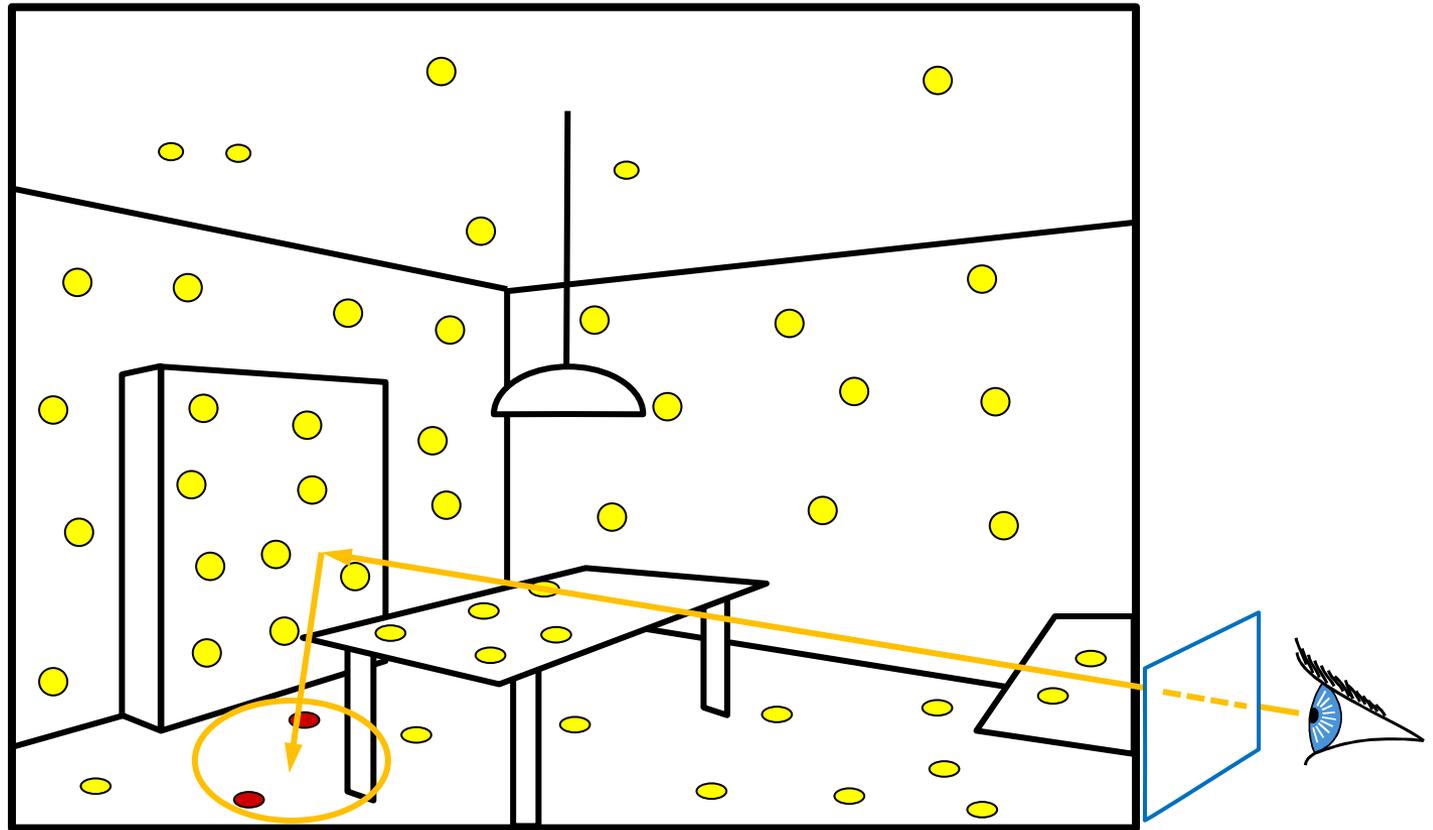
Photon mapping

- ▶ Stocker les photons (position + intensité + direction) sur la géométrie ou dans une structure accélératrice

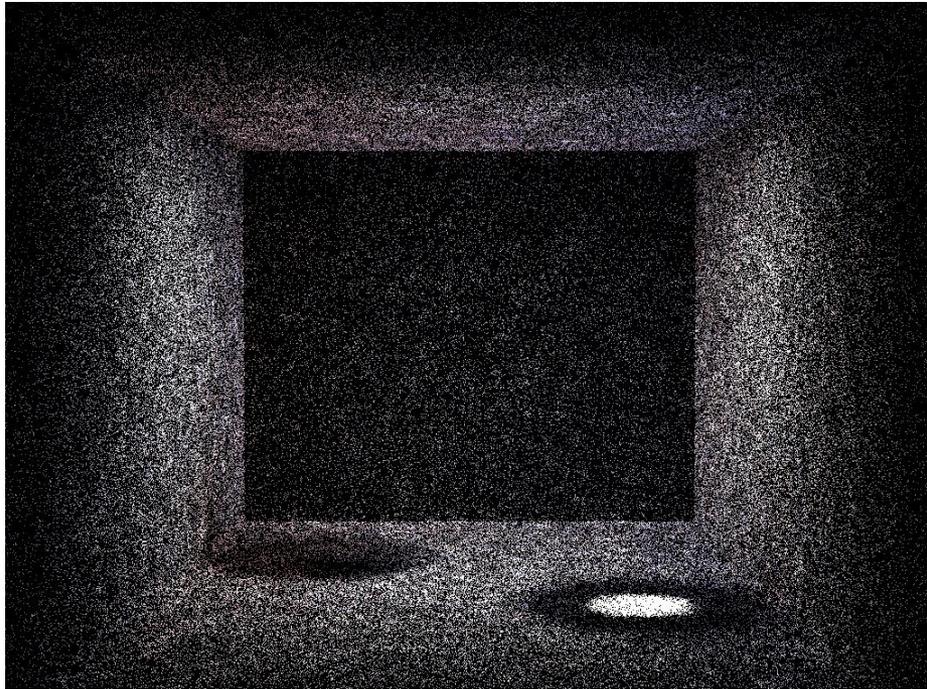


Photon mapping – rendu

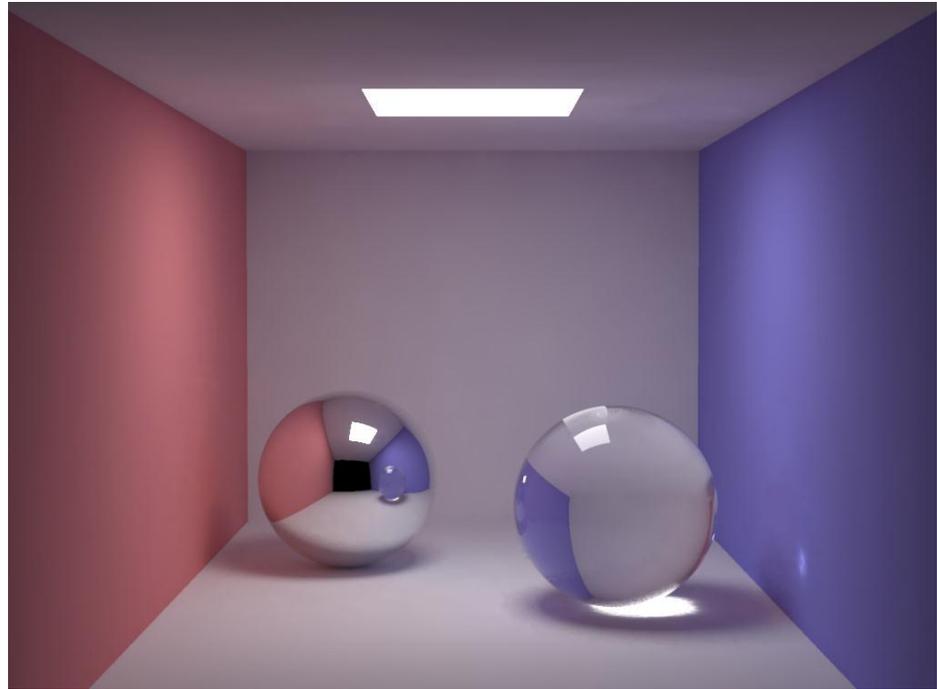
- ▶ Lancer les rayons primaires
- ▶ Reconstruire la radiance des rayons secondaire en regardant les photons voisins



Résultats



Photon map



Rendu final

Résultats

- ▶ Jensen (1996)
 - Visualisation directe de la carte de photon : 6min



Résultats

- ▶ Walter (1998)
 - Éclairage global : 8h



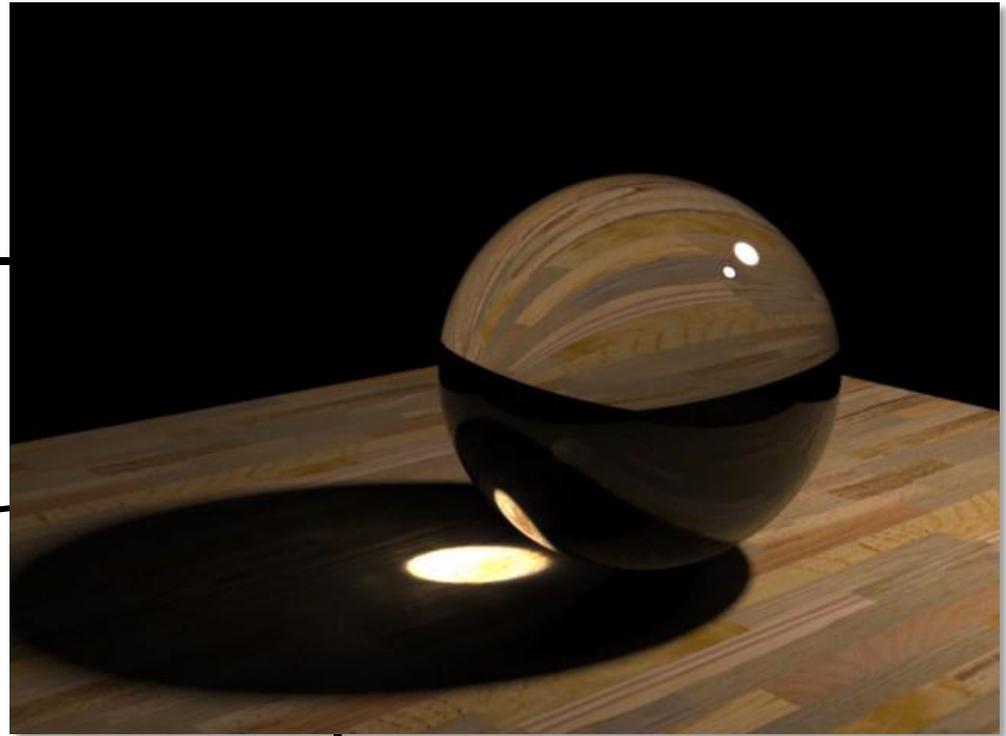
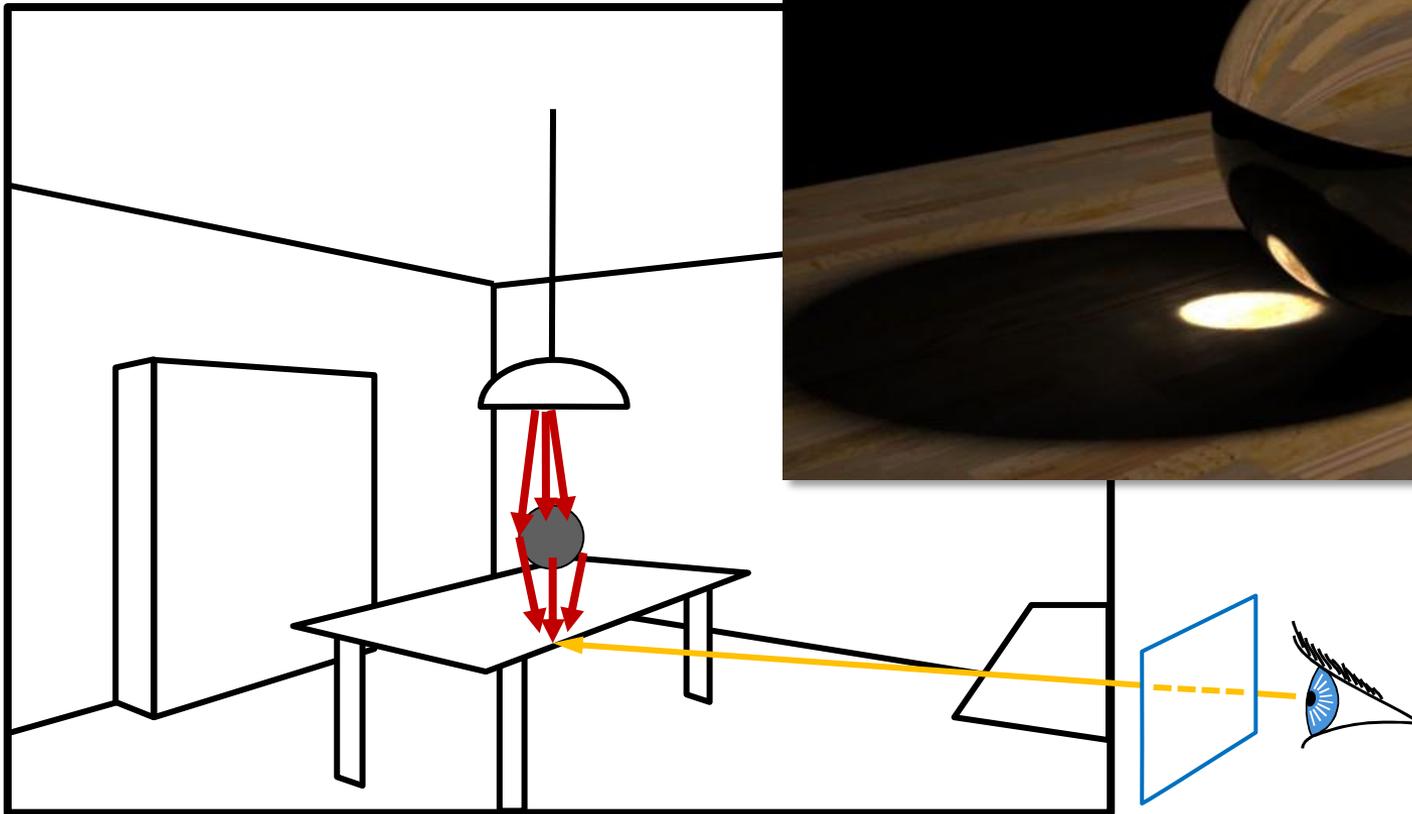
Résultats

Mitsuba (<http://www.mitsuba-renderer.org/>)



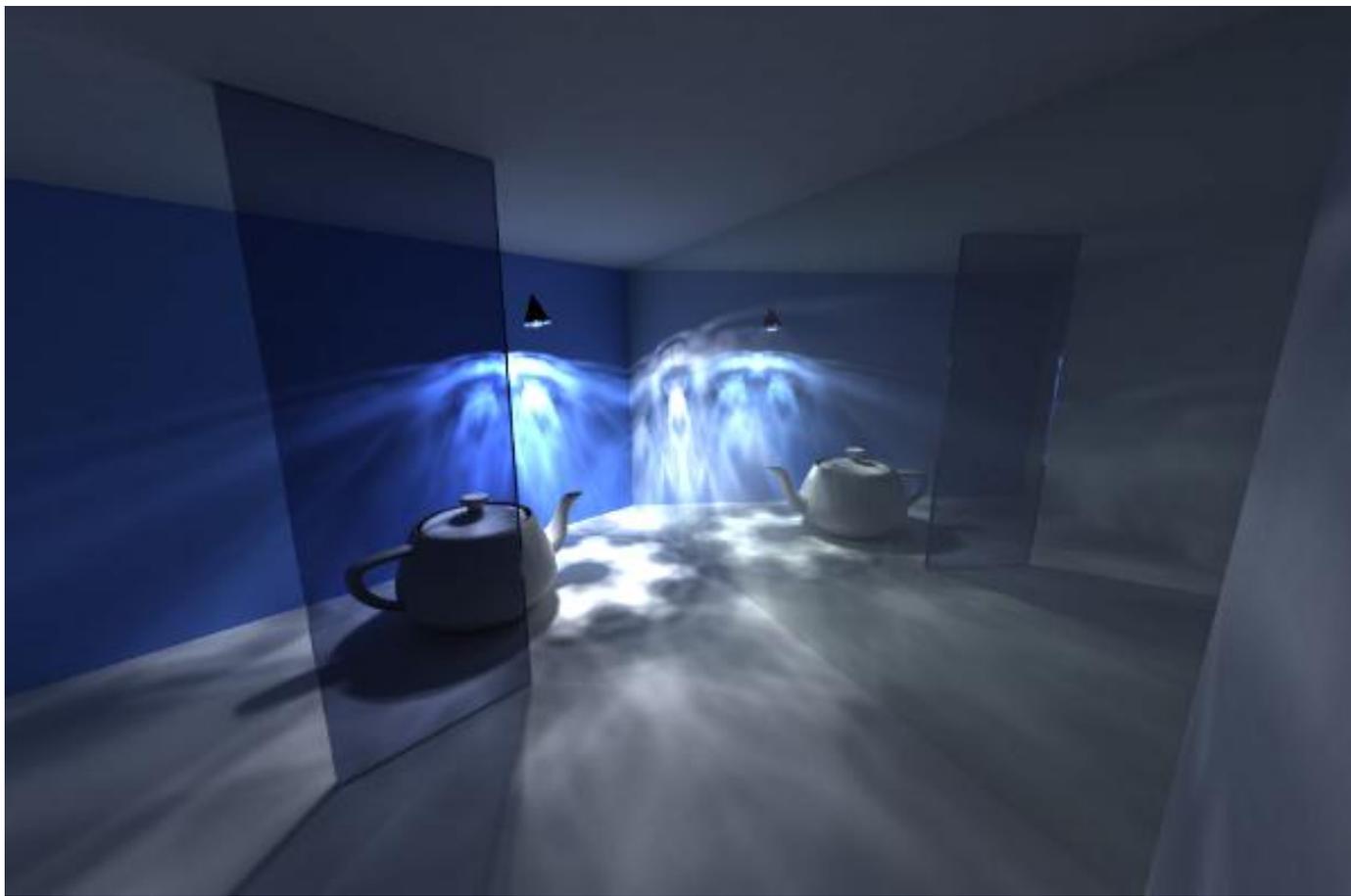
Caustiques

- ▶ « Photon map »
spéciale réfraction



Résultats

V-Ray 1.5 for 3ds Max



Résultats



5 millions de photons depuis une seule lampe

Résultats



CyberMotion 3D-Designer



Résultats



Yafray : ray tracer open source avec Photon Mapping,
intégré dans Blender.

Résultats



<http://en.wikipedia.org/wiki/POV-Ray>

Résumé du Photon Mapping

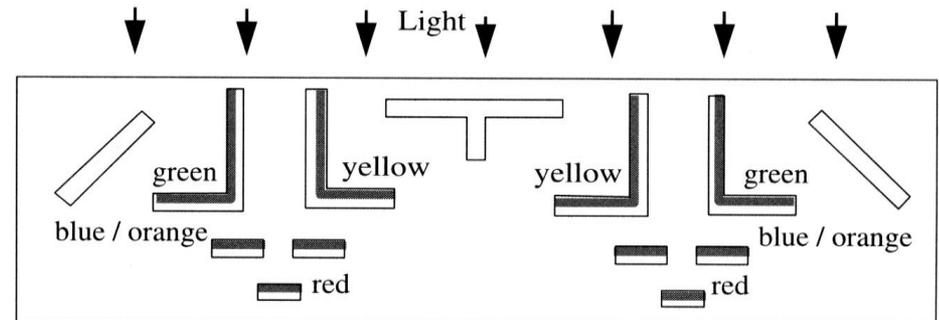
- ▶ Solution indépendante du point de vue
 - Stockage sur les surfaces
- ▶ Bonne représentation des caustiques
- ▶ Bruité : phase de lissage des échantillons
 - Reconstruction de la fonction de radiance
- ▶ Se code en deux passes à partir d'un lancer de rayons dans les deux directions

Radiosité

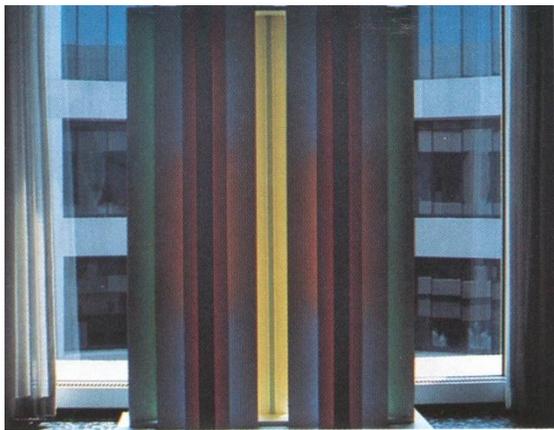
Radiosité

- ▶ Prendre en compte toutes les inter-réflexions

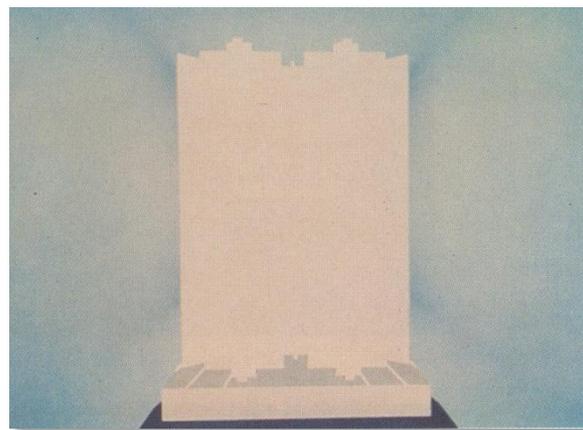
Sculpture de John Ferren



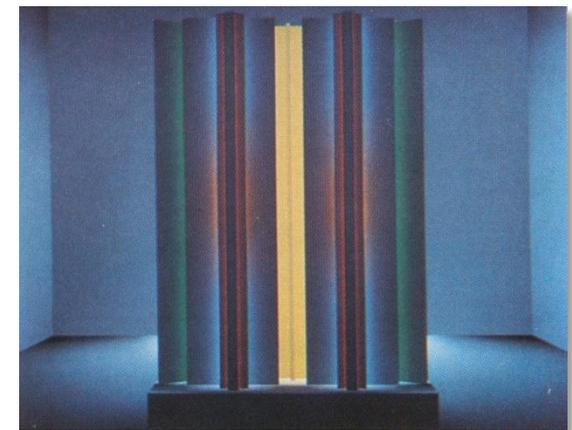
All visible surfaces, white.



Photo



Lancer de rayon



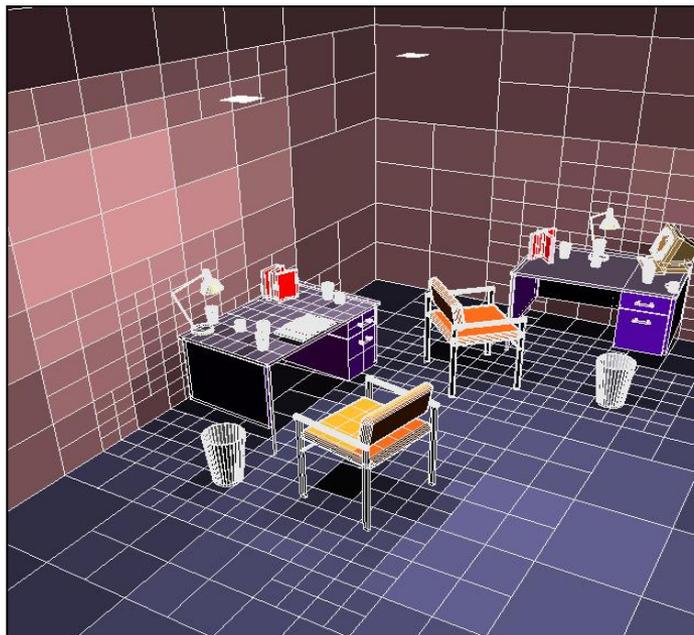
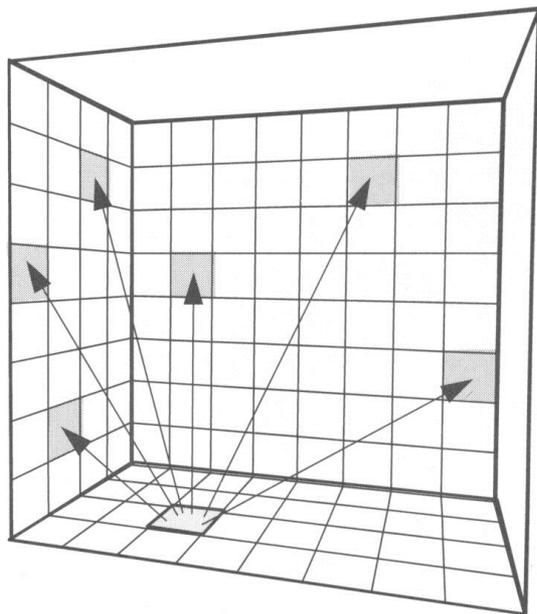
Radiosité

Les méthodes de radiosité [1984]

- ▶ Hypothèse : matériaux diffus
- ▶ Radiance, BRDF... **indépendantes de la direction**
- ⇒ Simplification de l'équation de l'éclairage
- ▶ Méthode de radiosité :
 - Discrétisation de cette équation en espace objet indépendamment du point de vue
 - Résolution de l'équation discrétisée
 - Génération finale des images en fonction du point de vue

L'équation de radiosité

- ▶ Environnement échantillonné sous la forme de patches discrets, de taille finie, émettant et réfléchissant la lumière uniformément sur leurs surface (choix d'une base)



Simplification et discrétisation

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{d}) = E(\mathbf{x}, \mathbf{d}) + \int \rho(\mathbf{x}, \mathbf{d}, \mathbf{d}') v(\mathbf{x}, \mathbf{x}') G(\mathbf{x}, \mathbf{x}') dA$$

► Forme simplifiée :

$$B(\mathbf{x}) = E(\mathbf{x}) + \rho_x \int B(\mathbf{x}') \underbrace{v(\mathbf{x}, \mathbf{x}') G(\mathbf{x}, \mathbf{x}')}_{\text{facteur de forme}} dA$$

► Discrétisation : **facteur de forme**

$$B_i = E_i + \rho_i \sum_j F_{ji} B_j A_j / A_i$$

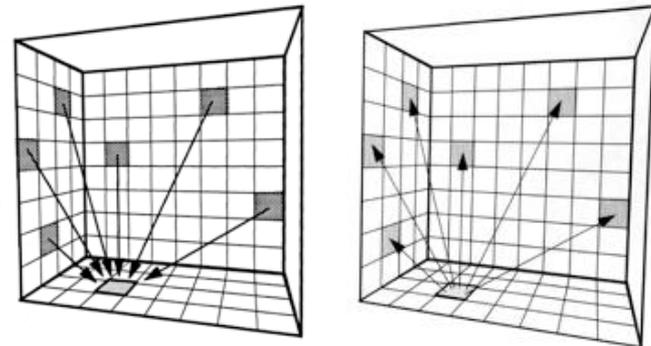
- B_i, B_j sont les radiosités des patchs i et j (en W/m^2)
- E_i est le taux d'émission du patch i
- F_{ji} est le **facteur de forme** qui caractérise la proportion d'énergie quittant le patch j qui arrive sur le patch i
- A_i et A_j sont les surfaces des patchs i et j

Notation matricielle

- ▶ En regroupant tous les éléments :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{B}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{E}_0 \\ \mathbf{E}_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \rho_i \mathbf{F}_{ji} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{B}_0 \\ \mathbf{B}_n \end{pmatrix} \Leftrightarrow \mathbf{B} = \mathbf{E} + \mathbf{M}\mathbf{B}$$

- ▶ Équation matricielle à résoudre itérativement pour chaque longueur d'onde traitée
 - Méthodes de relaxations (*gathering* / *shooting*)



Facteur de forme

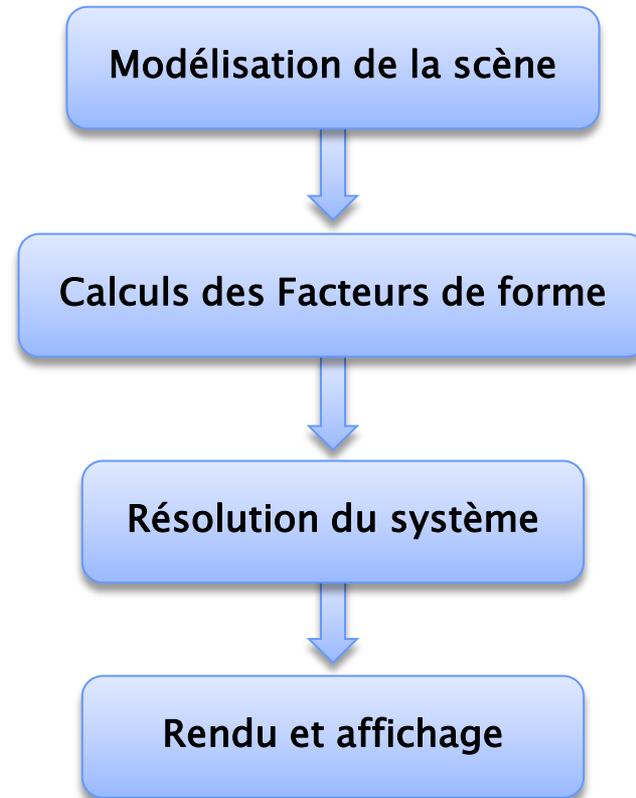
- ▶ Facteur de forme F_{ij} d'une surface A_i vers une surface A_j :

$$F_{ij} = \int_{A_i} \int_{A_j} v(\mathbf{x}, \mathbf{x}') \frac{\cos(\theta)\cos(\theta')}{\pi r^2} d\mathbf{x}d\mathbf{x}'$$

- ▶ **Problème** : réaliser cette intégration (intégrale quadruple) car pas de méthode analytique
 - ⇒ Solutions approximées : projection sur une hémisphère ou un hémicube.

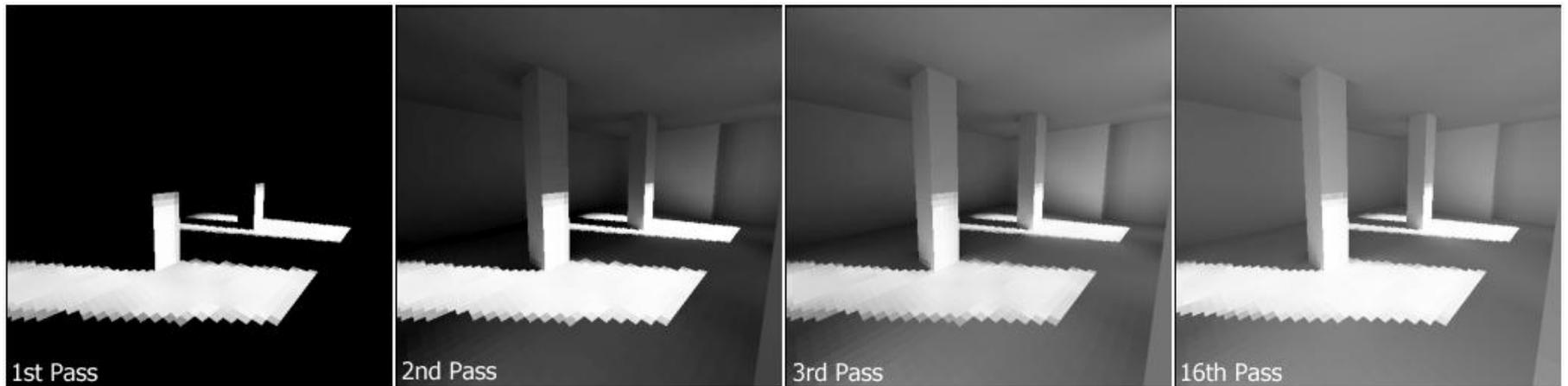
Résolution de la radiosité

- ▶ Calcul de l'illumination selon le pipeline :



Résolution de la radiosité

- ▶ Résolution itérative du système :

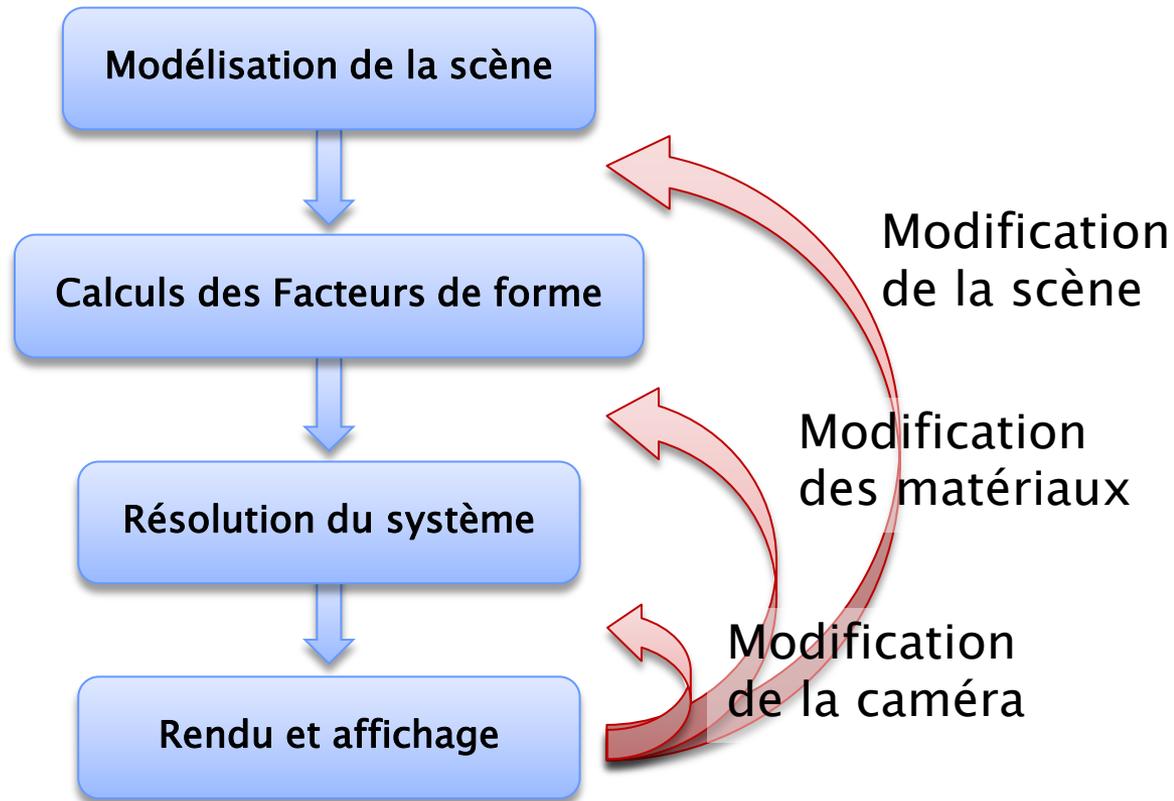


Question – 1 mn

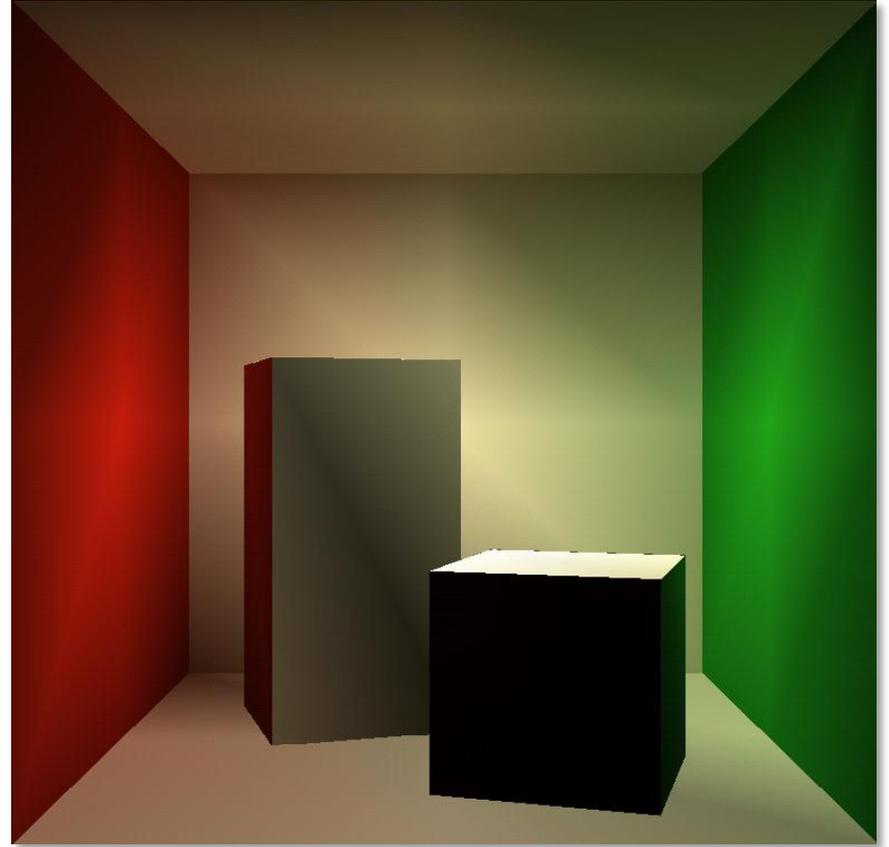
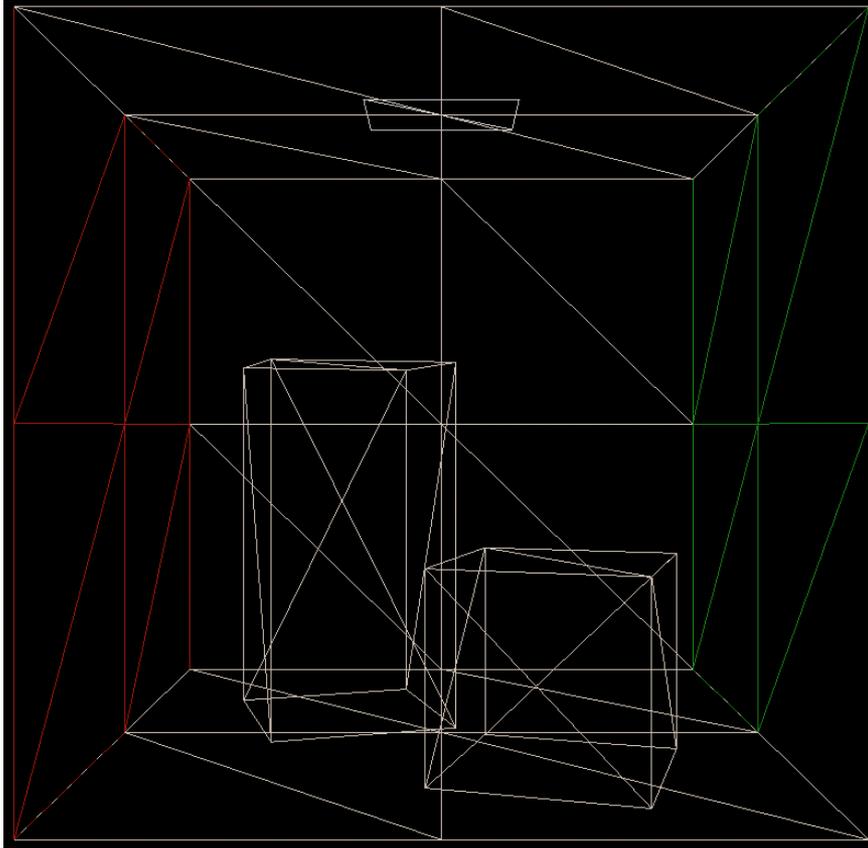
- ▶ Que faut-il recalculer quand quelque chose change dans la scène ?
 - Géométrie
 - Matériaux
 - Point de vue



Résolution de la radiosité



Solution de Radiosité



Solution de Radiosité



Museum simulation. Cornell University. 50,000 patches.

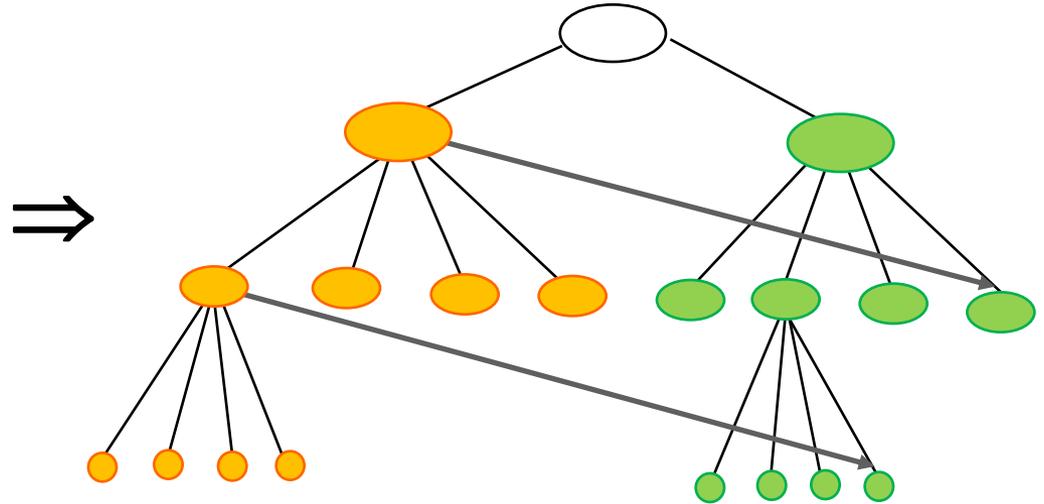
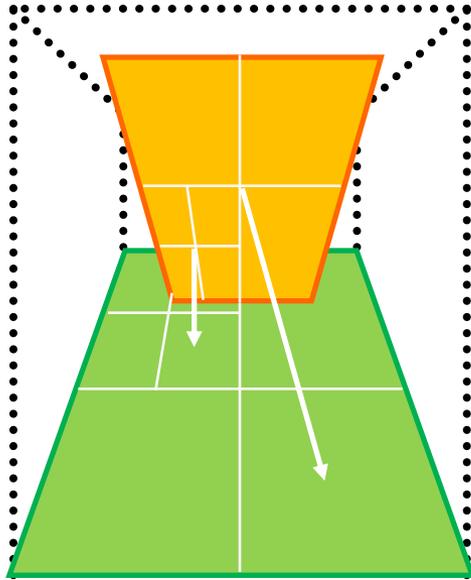
Radiosité : avantages

- ▶ Calcul indépendant du point de vue
- ▶ Adapté aux scènes complexes
- ▶ Partionnement des échanges lumineux
 - Mise à jour interactive

Radiosité : inconvénients

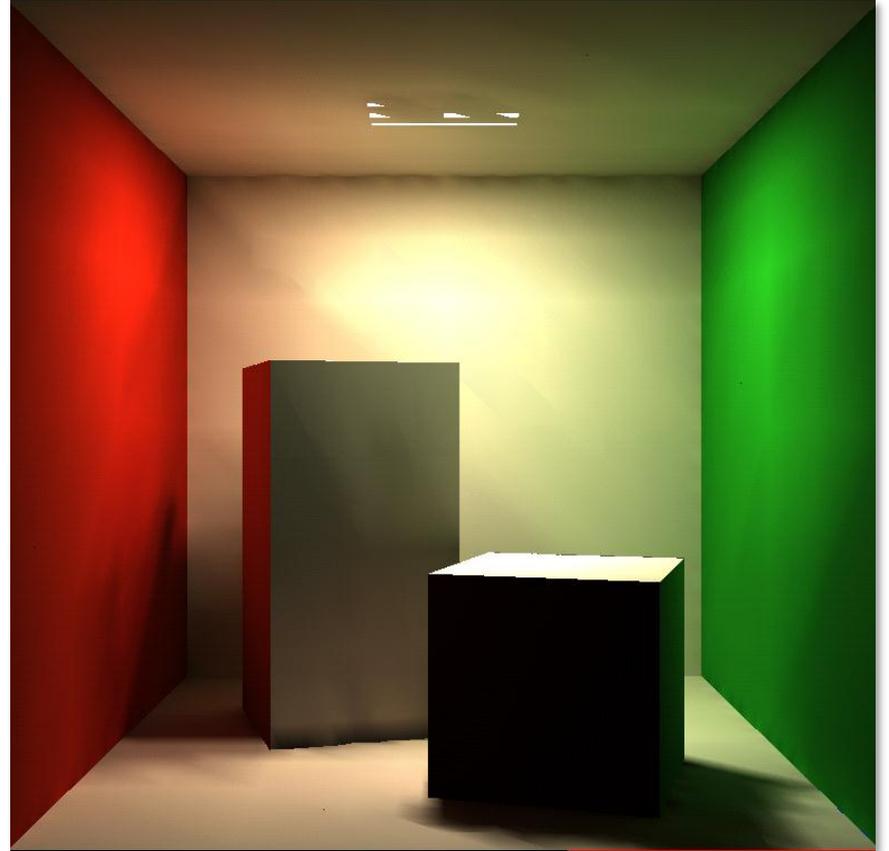
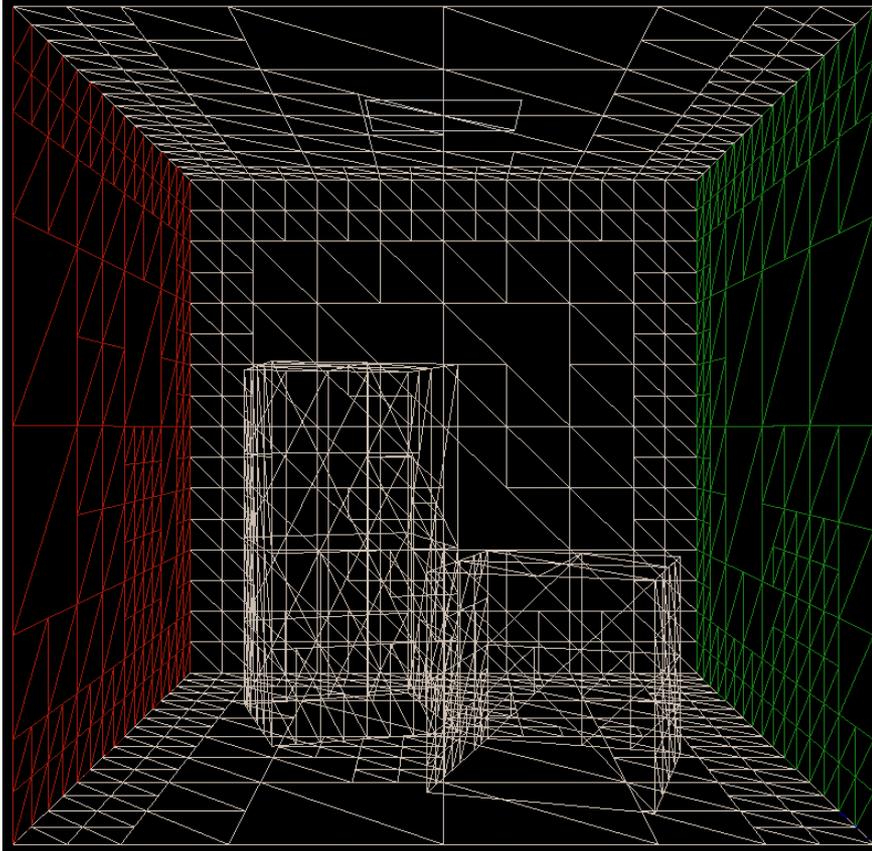
- ▶ Coût mémoire
- ▶ Diffus pur
 - « final gather » par Ray-Tracing
- ▶ Maillage
 - Maillage de discontinuité
- ▶ Pré-calculs très longs
 - Accélération possibles : radiosité hiérarchique

Radiosité hiérarchique [Hanrahan91]



- ▶ Calcul à différents niveau hiérarchique
- ▶ Regroupement

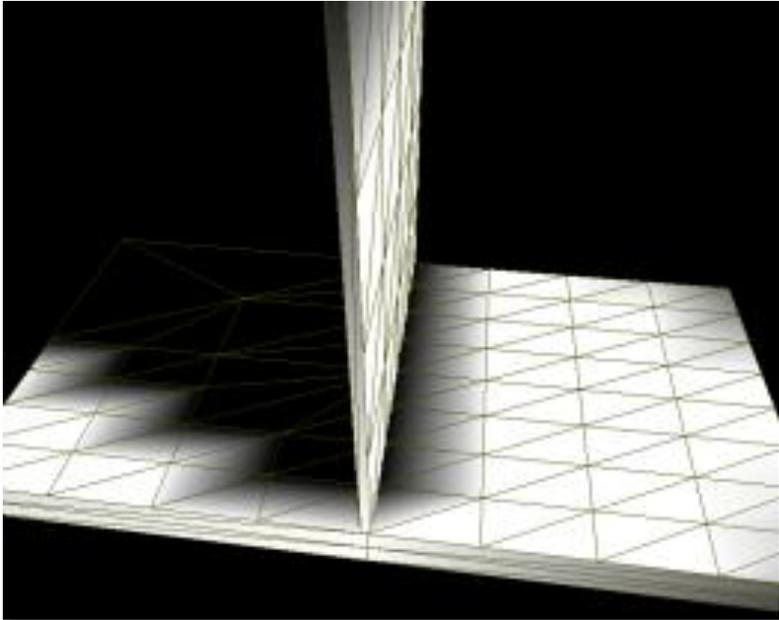
Radiosité hiérarchique



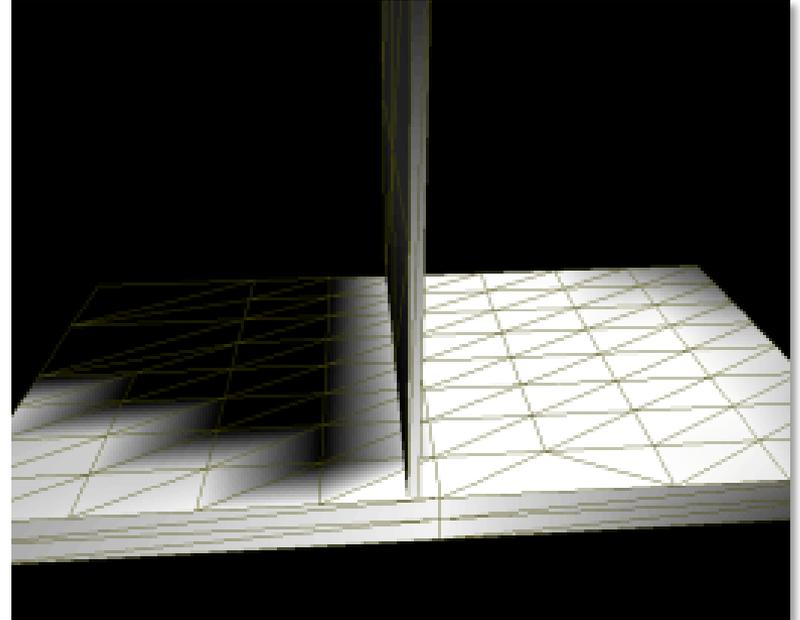
Radiosité hiérarchique



Qualité du maillage

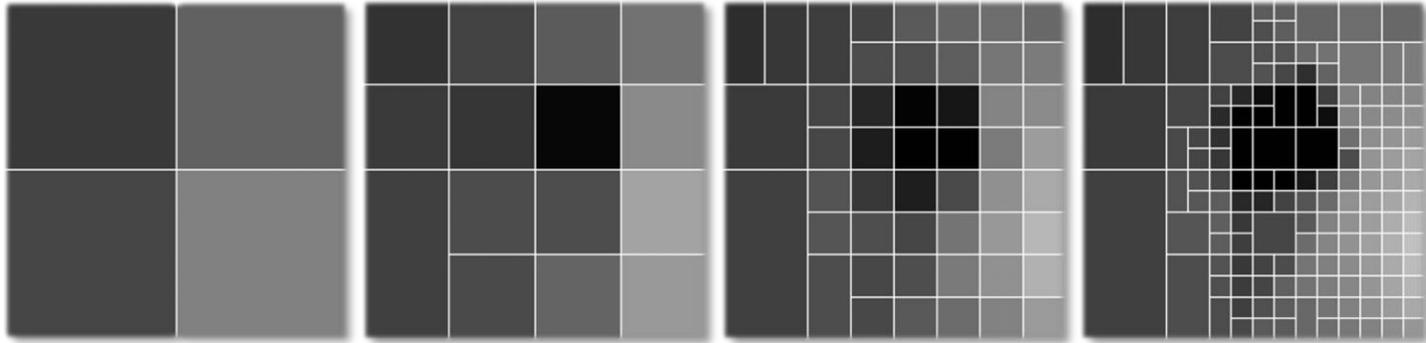


Fuite d'ombre

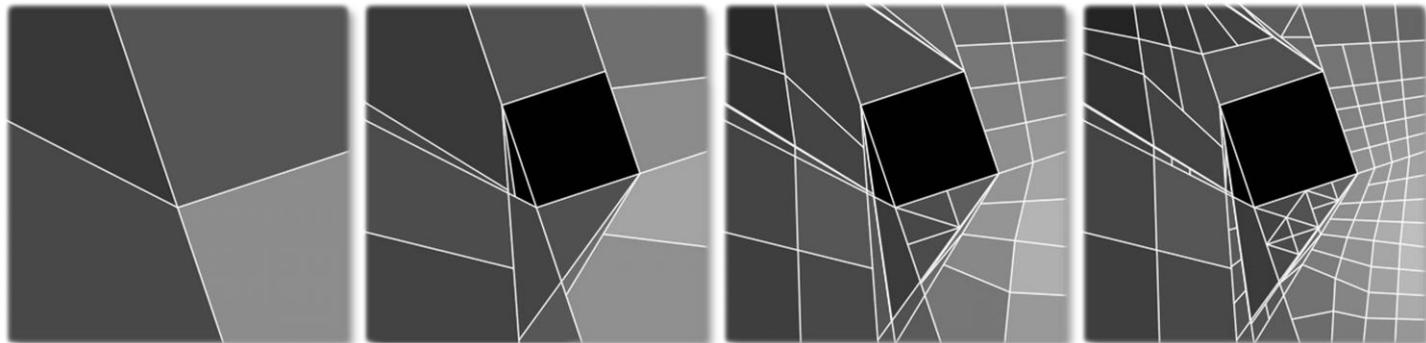


Fuite de lumière

Maillage des discontinuités

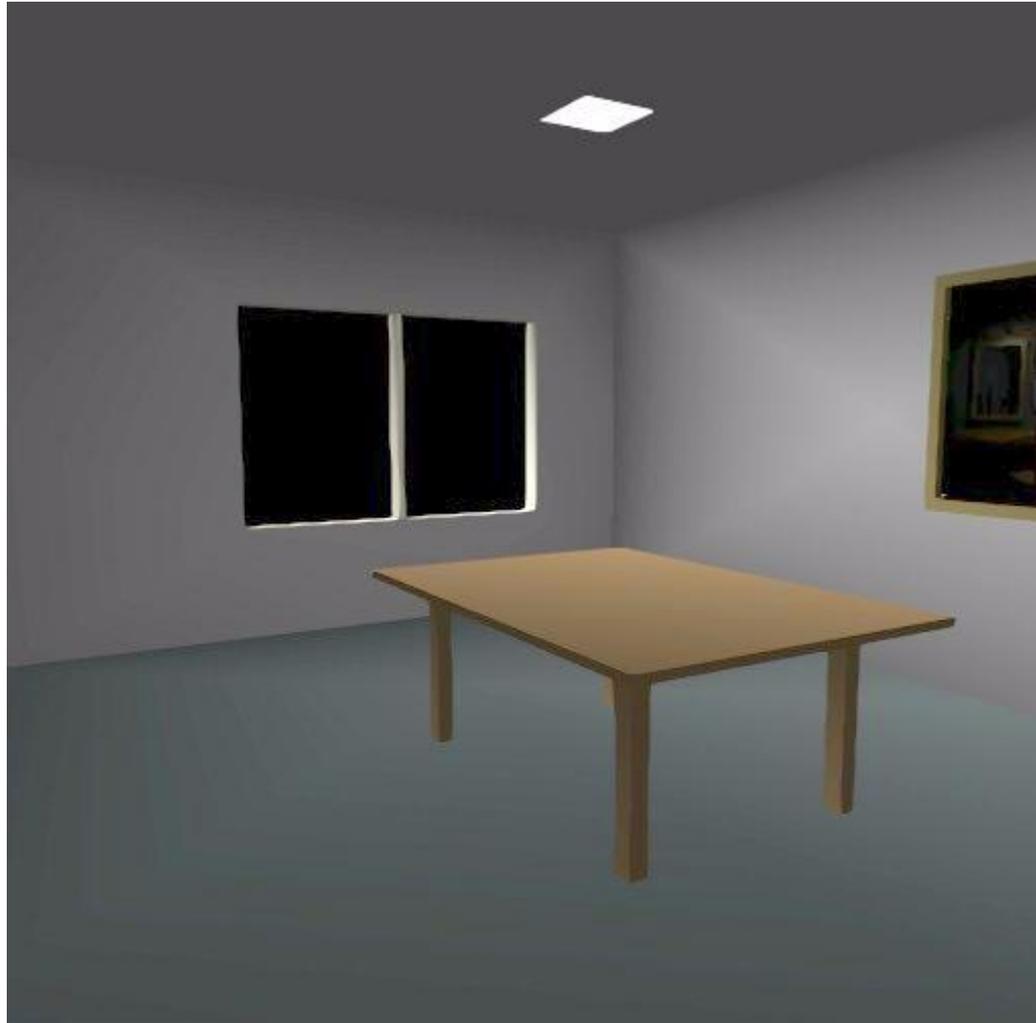


Subdivision régulière



Subdivision selon les discontinuités

Maillage des discontinuités



Maillage des discontinuités



Maillage des discontinuités



Résultats et comparaison



Rendu Scan-line.
(3DS MAX)

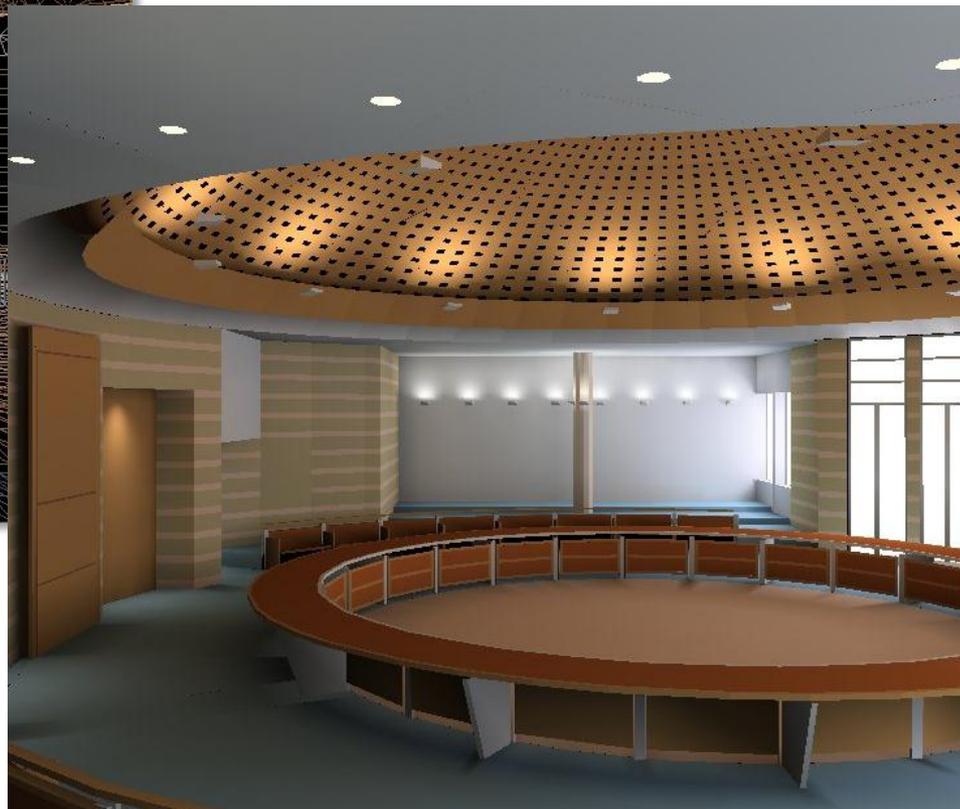
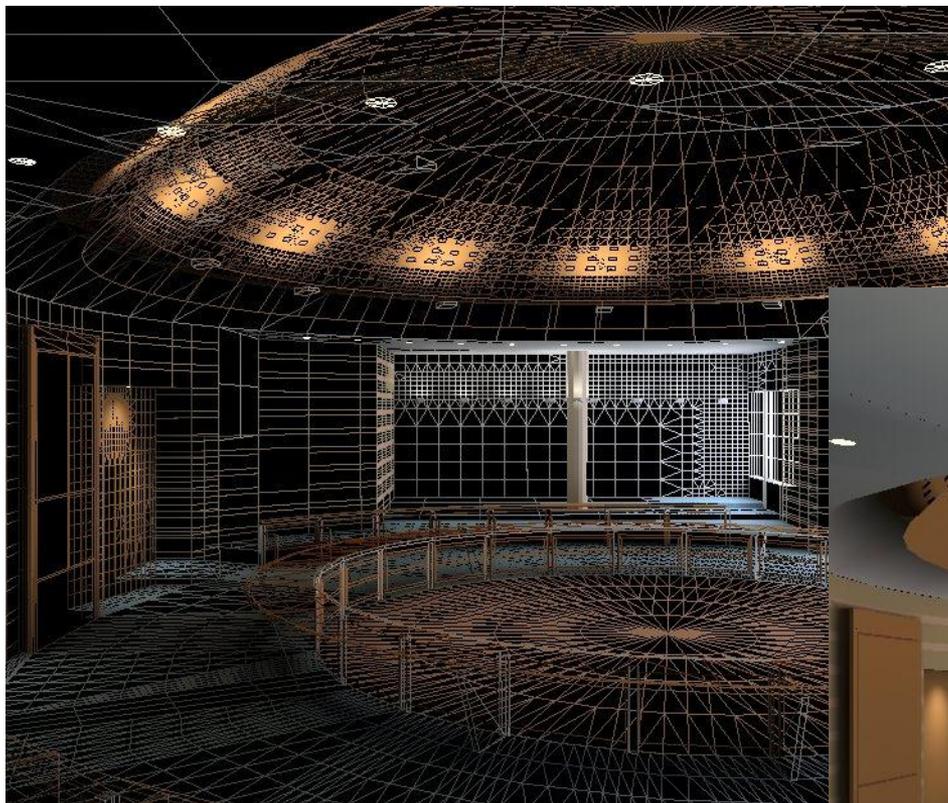
Rendu en radiosité et
lancer de rayons.



Résultats et comparaison



Résultats et comparaison



Résultats et comparaison



Résultats et comparaison



La radiosité aujourd'hui

- ▶ Utilisé en architecture (Lightscape)
- ▶ Utilisé pour pré-calculer l'éclairage diffus pour certains jeux vidéos (light maps)
- ▶ Plus un sujet de recherche actif
 - Monte-Carlo plus général
 - Mais le "pre-computed radiance transfer" en est très proche (utilisé dans Max Payne 2)